

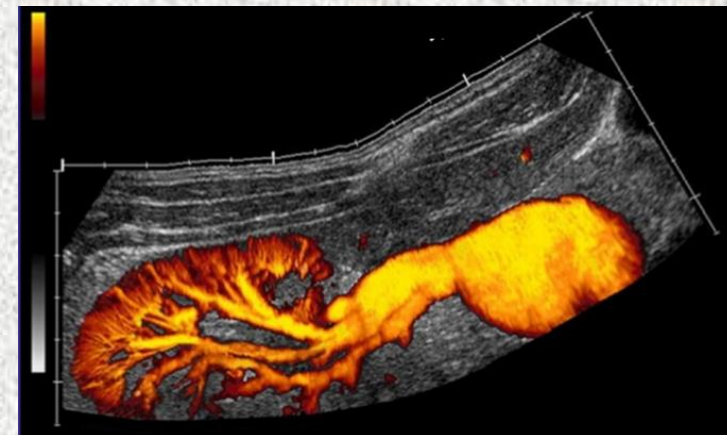
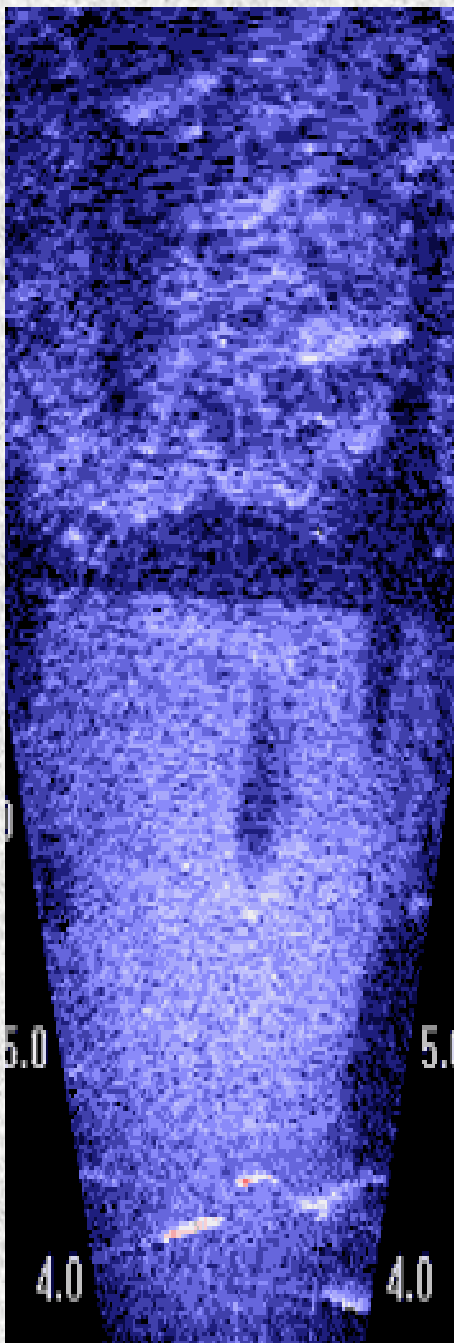
# ULTRASONOGRAFIA

prof. dr hab. inż Mateusz Pasternak  
Wydział Elektroniki bud 45 p. 115, tel. 261 83 92 23

[mateusz.pasternak@wat.edu.pl](mailto:mateusz.pasternak@wat.edu.pl)

<https://mpasternak.wel.wat.edu.pl/Dydaktyka/dydaktyka.html>

Konsultacje w czwartki lub w umówionym terminie



# Tematyka wykładów

- 1. Wprowadzenie. Podstawowe własności dźwięków**
- 2. Propagacja dźwięków w cieczach**
- 3. Propagacja dźwięków w ciałach stałych**
- 4. Impedancja akustyczna ośrodka. Odbicie dźwięków na granicy ośrodków  
Propagacja dźwięku w strukturach warstwowych**
- 5. Układy dopasowania impedancji akustycznej**
- 6. Podstawowe metody generacji i detekcji dźwięków w cieczach i ciałach stałych**
- 7. Akustyczna detekcja obiektów. Budowa urządzeń USG. Rodzaje obrazowań**
- 8. Podstawy przetwarzania sygnałów i danych w systemach USG**
- 9. Badania nieniszczące ciał stałych**
- 10. Ultrasonografia medyczna**

## Tematyka ćwiczeń rachunkowych

1. **Propagacja dźwięków w cieczech.**
2. **Propagacja dźwięków w ciałach stałych.**
3. **Impedancja akustyczna ośrodka. Odbicie dźwięków na granicy ośrodków.**
4. **Układy dopasowania impedancji akustycznej**
5. **Obliczanie parametrów układów akustycznych**
6. **Kolokwium końcowe**

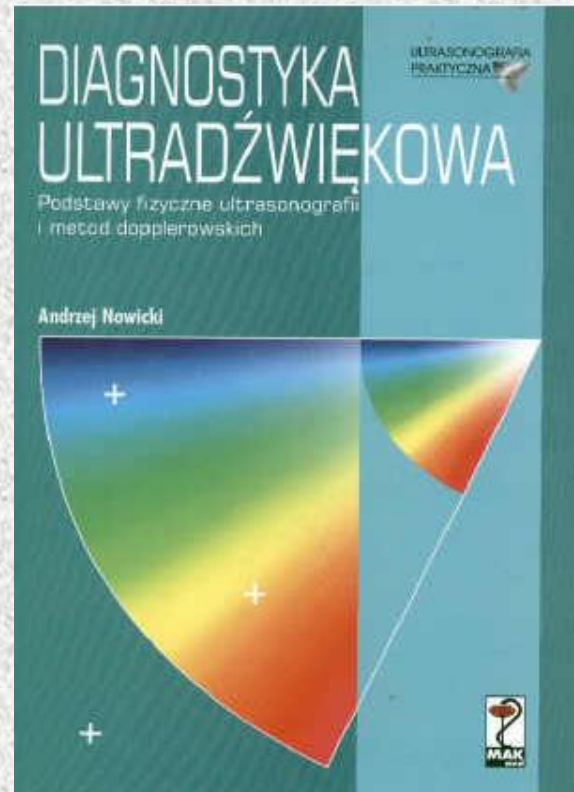
**Do zaliczenia przedmiotu konieczna jest obecność na ćwiczeniach i pozytywna ocena z kolokwium końcowego**



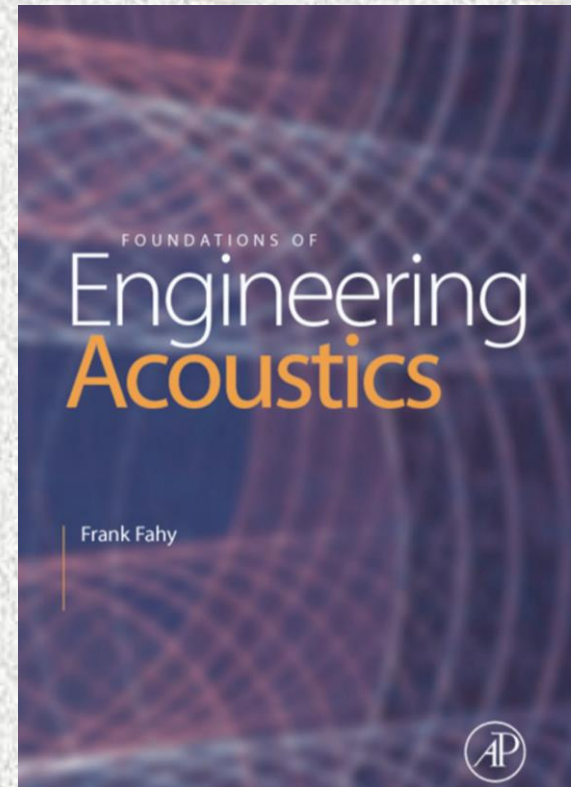
## Literatura



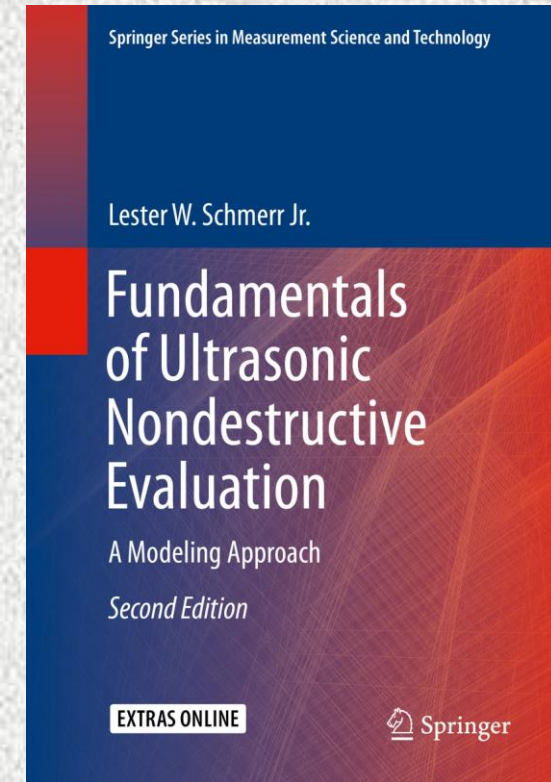
WNT 2001



MAKmed 2000



Elsevier 2001



Springer 2016



# WPROWADZENIE

Ultrasonografia (USG) jest echolokacyjną techniką obrazowania obiektów ukrytych za optycznie nieprzeźroczystymi zasłonami przy zastosowaniu ukierunkowanych fal akustycznych o częstotliwościach leżących powyżej zakresu słyszalności.

Rozdzielczość tego zobrazowania jest znacznie gorsza od zobrazowań optycznych, UV i rentgenowskich, ale znacznie lepsza od zobrazowań mikrofalowych i terahercowych.

Podstawową zaletą USG w porównaniu z innymi technikami obrazowymi jest możliwość prześwietlania obiektów przewodzących prąd elektryczny np. metali.

Aparatura USG jest stosunkowo niedroga i łatwa w konstrukcji.

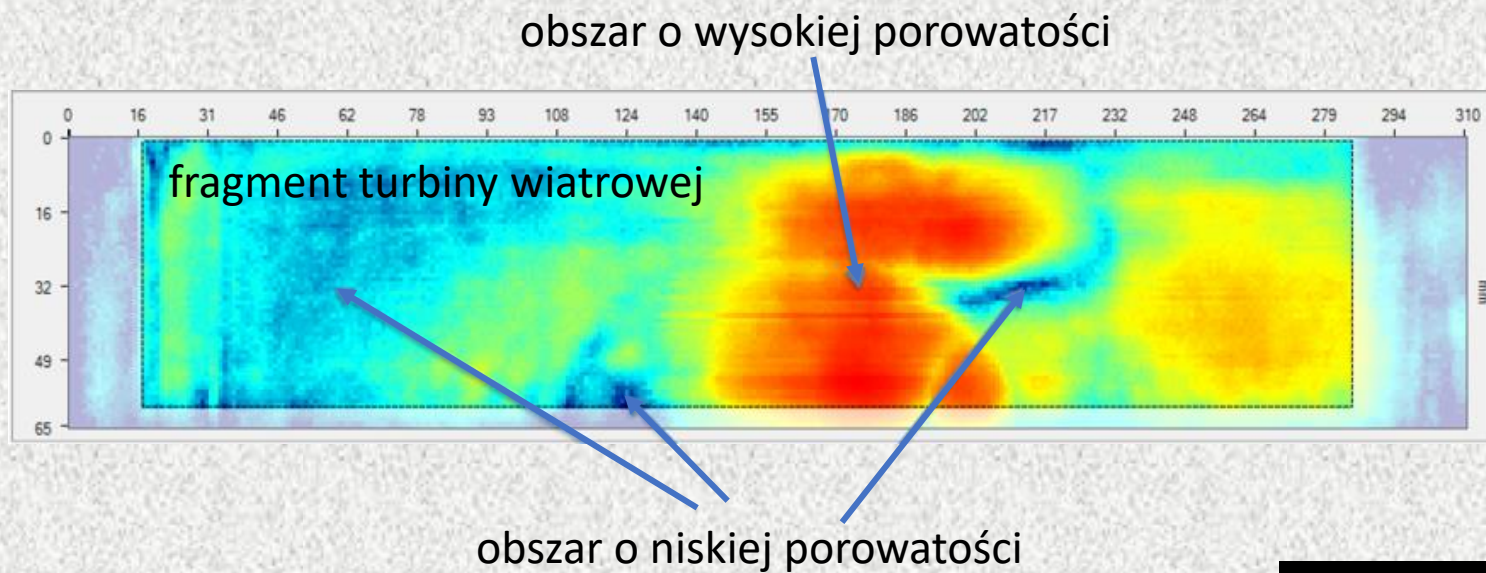
Stosunkowo niskie częstotliwości ułatwiają cyfrowe formowanie i przetwarzanie sygnałów

# Najważniejsze problemy techniczne związane z USG

- generowanie i detekcja ultradźwięków
- kierunkowanie ultradźwięków
- wzajemne dopasowanie energetyczne źródła i ośrodka propagacji
- odbijanie się ultradźwięków od wszystkich obiektów
- wielodrogowość
- bardzo niska energia ech
- interpretacja obrazów



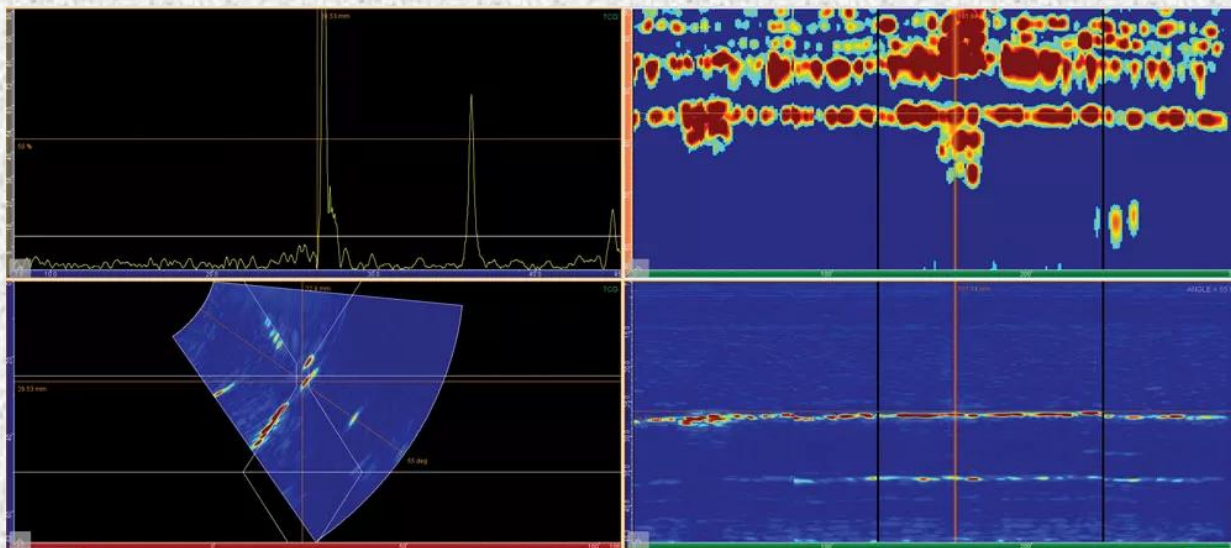




obraz narządów wewnętrznych człowieka

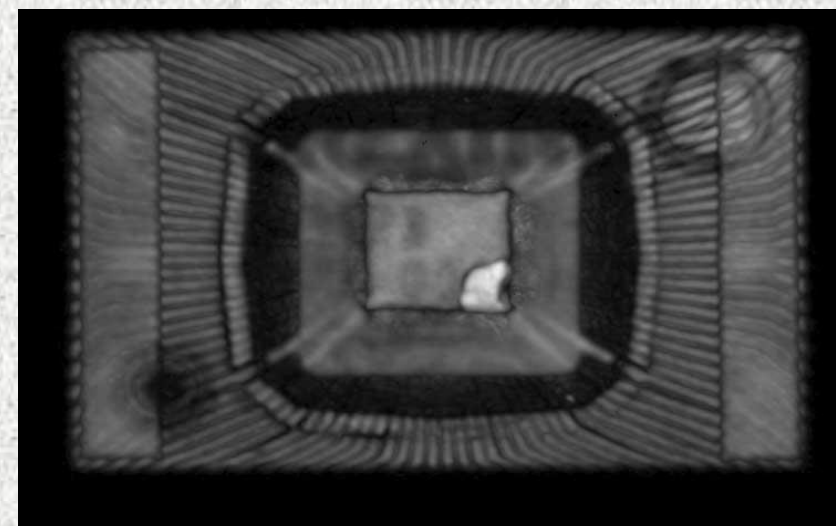
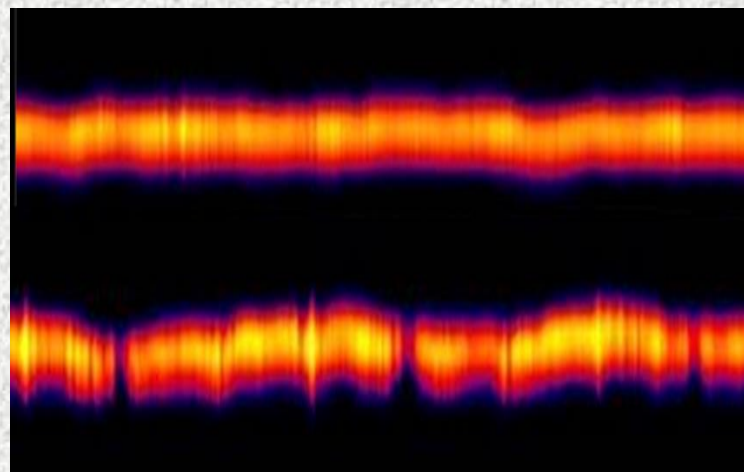
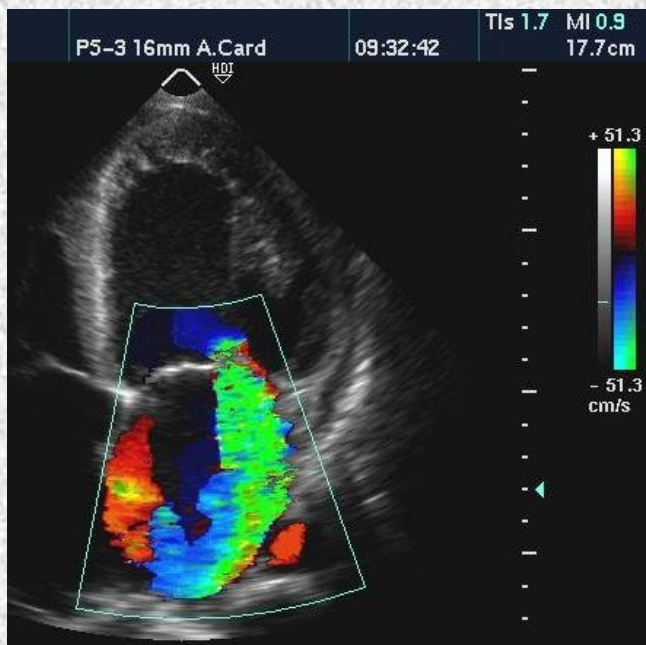


skany laminatu

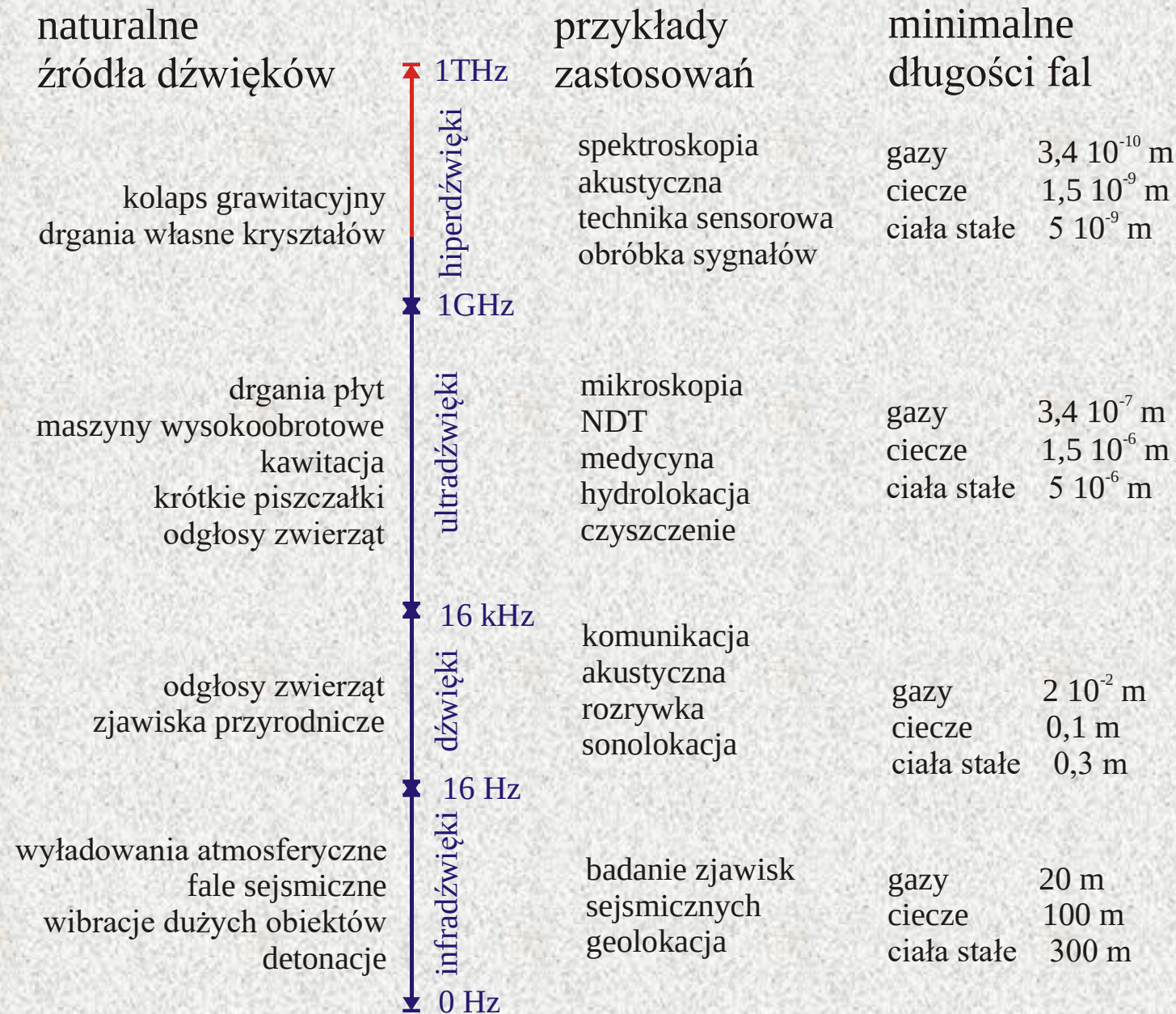




# Najważniejsze zastosowania USG



# Widmo dźwięku





## Prędkości dźwięku w ciałach stałych

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| stal węglowa             | 3 230 |
| aluminium                | 3 100 |
| miedź                    | 2 260 |
| blacha okrętowa          | 2 120 |
| złoto                    | 1 200 |
| żelazo (elektrolityczne) | 3 240 |
| żeliwo                   | 2 500 |
| nikiel                   | 2 960 |
| tytan                    | 3 125 |
| wolfram (wygrzany)       | 2 890 |
| cynk                     | 2 440 |
| szkło (pyrex)            | 3 280 |
| szkło (krzemiankowe)     | 2 380 |
| nylon                    | 1 150 |
| polietylen liniowy       | 540   |
| polichlorek winylu       | 1 060 |
| akryl                    | 1 430 |

## Prędkości dźwięku w ośrodkach ciekłych

| substancja                  | kg/m <sup>3</sup> | m/s    | m/s/°C | uwagi    |
|-----------------------------|-------------------|--------|--------|----------|
| aceton                      | 0,791             | 1174   | 4,5    | 25 °C    |
| amoniak                     | 0,771             | 1729   | 6,68   | - 33 °C  |
| argon                       | 1,400             | 853    |        | - 188 °C |
| chloroform                  | 1,489             | 979    | 3,4    | 25 °C    |
| glikol dietylowy            | 1,116             | 1586   | 2,4    | 25 °C    |
| alcohol etylowy             | 0,789             | 1207   | 4,0    | 25 °C    |
| eter                        | 0,713             | 985    | 4,87   | 25 °C    |
| glikol                      | 1,113             | 1658   | 2,1    | 25 °C    |
| hel                         | 0,125             | 1183   | -      | - 269 °C |
| wodór                       | 0,071             | 1187   |        | - 256 °C |
| rtęć                        | 13,594            | 1449   |        | 24 °C    |
| azot                        | 0,808             | 962    |        | - 199 °C |
| olej silnikowy (SAE 20a,30) | 1,74              | 870    |        | 25 °C    |
| tlen                        | 1,155             | 952    |        | -186 °C  |
| Pentachlorine-ethane (47)   | 1,687             | 1082   |        | 25 °C    |
| siarka                      |                   | 1177   | -1,13  | 250 °C   |
| kwask siarkowy              | 1,841             | 1257,6 | 1,43   | 25 °C    |
| toluen                      | 0,867             | 1328   | 4,27   | 20 °C    |
| woda destylowana            | 0,996             | 1498   | -2,4   | 25 °C    |
| woda ciężka                 |                   | 1400   |        | 25 °C    |
| woda morska                 | 1,025             | 1531   | -2,4   | 25 °C    |



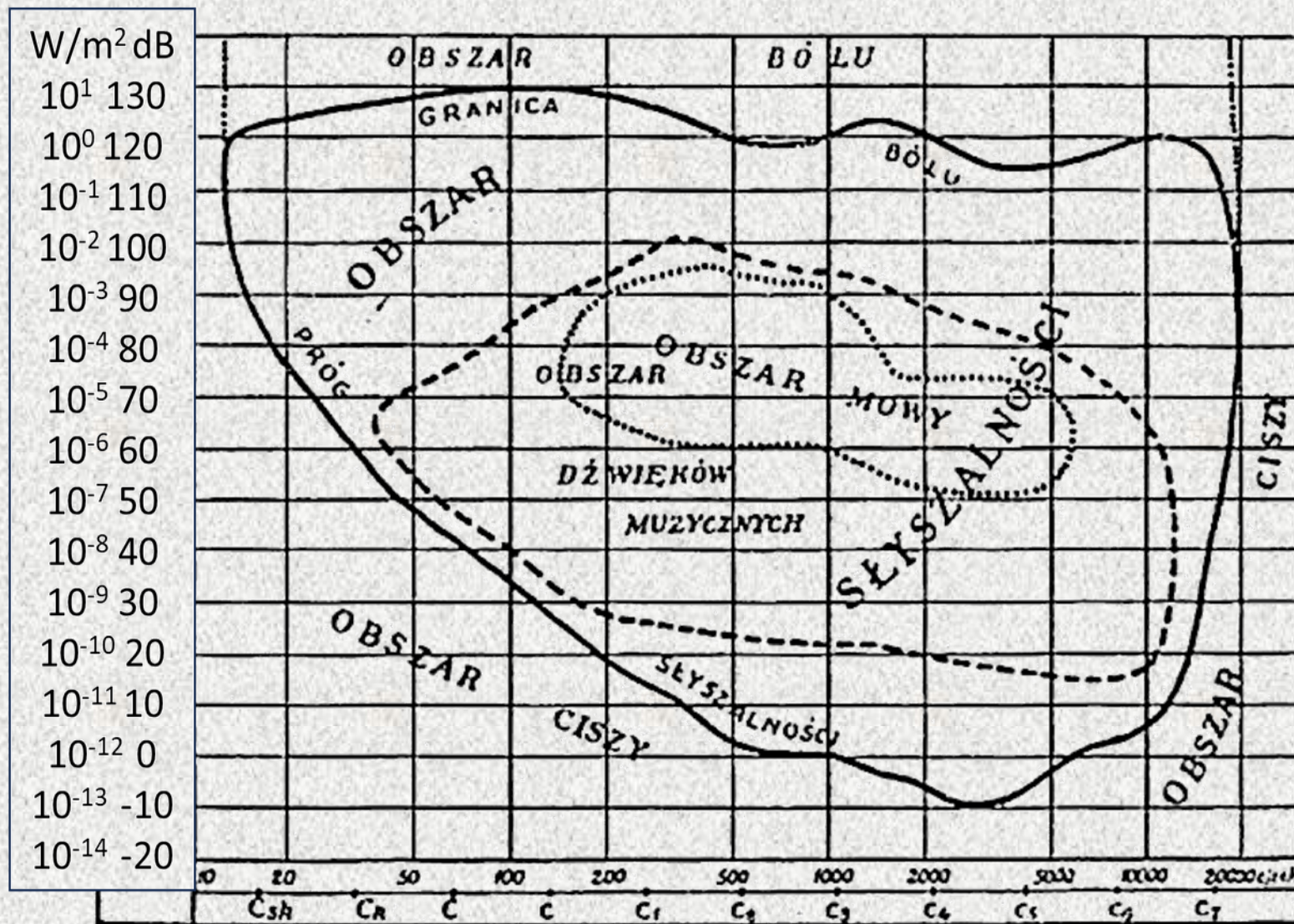
## Prędkości dźwięku w gazach

|                |      |
|----------------|------|
| powietrze      | 331  |
| ditlenek węgla | 259  |
| tlen           | 316  |
| hel            | 965  |
| wodór          | 1290 |
| para wodna     | 405  |

## Prędkości dźwięku w powietrzu

| temperatura<br>[°C] | prędkość<br>[m/s] | gęstość<br>[kg/m <sup>3</sup> ] | impedancja<br>rayl=[ N·s /m <sup>3</sup> ] |
|---------------------|-------------------|---------------------------------|--------------------------------------------|
| +35                 | 351,88            | 1,1455                          | 403,2                                      |
| +30                 | 349,02            | 1,1644                          | 406,5                                      |
| +25                 | 346,13            | 1,1839                          | 409,4                                      |
| +20                 | 343,21            | 1,2041                          | 413,3                                      |
| +15                 | 340,27            | 1,2250                          | 416,9                                      |
| +10                 | 337,31            | 1,2466                          | 420,5                                      |
| +5                  | 334,32            | 1,2690                          | 424,3                                      |
| 0                   | 331,30            | 1,2922                          | 428,0                                      |
| -5                  | 328,25            | 1,3163                          | 432,1                                      |
| -10                 | 325,18            | 1,3413                          | 436,1                                      |
| -15                 | 322,07            | 1,3673                          | 440,3                                      |
| -20                 | 318,94            | 1,3943                          | 444,6                                      |
| -25                 | 315,77            | 1,4224                          | 449,1                                      |

## Poziomy dźwięku w okolicach obszaru słyszalności



Statystycznie ucho jest najbardziej czułe dla tonu o częstotliwości ok. 4 kHz.

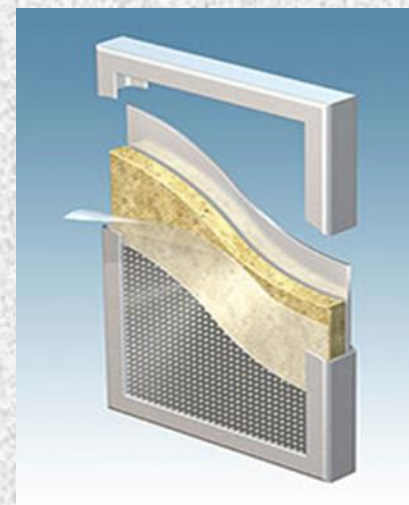
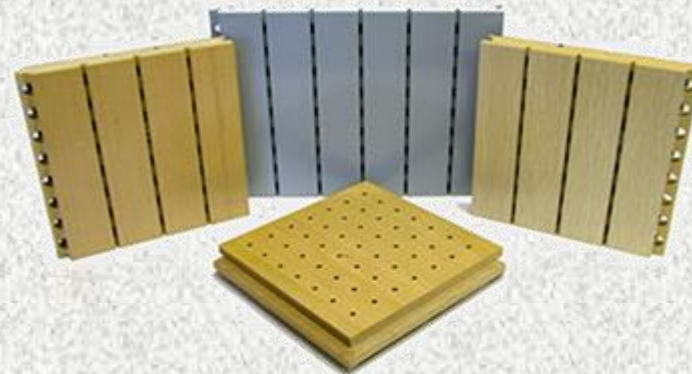
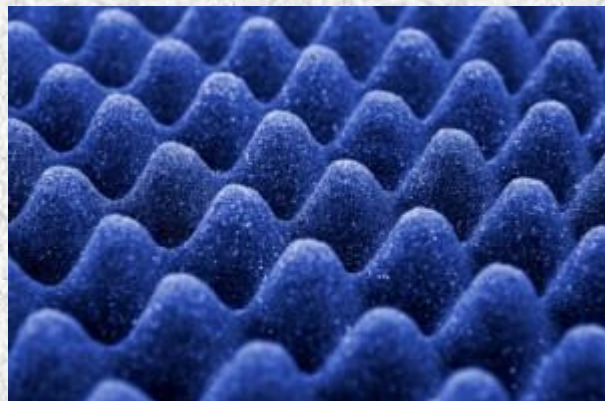
Dla tonu o częstotliwości 1 kHz definiuje się nominalną wartość odniesienia ciśnienia akustycznego.

Jest ona określona na poziomie 20  $\mu$ Pa, co odpowiada natężeniu dźwięku  $10^{-12} W/m^2$

Pochłanianie energii fal dźwiękowych (0 – całkowite odbicie 1 – całkowite pochłonięcie)

| materiał                          | 125 Hz | 250 Hz | 500 Hz | 1 kHz | 2 kHz | 4 kHz |
|-----------------------------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|
| dywan                             | 0,01   | 0,02   | 0,06   | 0,15  | 0,25  | 0,45  |
| beton (surowy)                    | 0,01   | 0,02   | 0,04   | 0,06  | 0,08  | 0,1   |
| beton pomalowany                  | 0,01   | 0,01   | 0,02   | 0,02  | 0,02  | 0,02  |
| marmur (glazura)                  | 0,01   | 0,01   | 0,01   | 0,01  | 0,02  | 0,02  |
| wynyl na betonie                  | 0,02   | 0,03   | 0,03   | 0,03  | 0,03  | 0,02  |
| parkiet na betonie                | 0,04   | 0,04   | 0,07   | 0,06  | 0,06  | 0,07  |
| puste siedzenie teatralne         | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,07  | 0,08  | 0,08  |
| zajęte siedzenie teatralne        | 0,6    | 0,74   | 0,88   | 0,96  | 0,93  | 0,85  |
| ściana ceglana                    | 0,03   | 0,03   | 0,03   | 0,04  | 0,05  | 0,07  |
| drzwi drewniane                   | 0,1    | 0,07   | 0,05   | 0,04  | 0,04  | 0,04  |
| szkło (duża szyba)                | 0,18   | 0,06   | 0,04   | 0,03  | 0,02  | 0,02  |
| szkło (małą szyba)                | 0,04   | 0,04   | 0,03   | 0,03  | 0,02  | 0,02  |
| płyta gipsowa                     | 0,14   | 0,1    | 0,06   | 0,05  | 0,04  | 0,04  |
| boazeria                          | 0,2    | 0,18   | 0,15   | 0,12  | 0,1   | 0,1   |
| draperia (340 g/m <sup>2</sup> )  | 0,04   | 0,05   | 0,11   | 0,18  | 0,3   | 0,35  |
| draperia (612 g/m <sup>2</sup> )  | 0,14   | 0,35   | 0,53   | 0,75  | 0,7   | 0,6   |
| rozpyline włókna celulozy (16 mm) | 0,05   | 0,16   | 0,44   | 0,79  | 0,9   | 0,91  |
| rozpyline włókna celulozy (75 mm) | 0,7    | 0,95   | 1      | 0,85  | 0,85  | 0,9   |
| powierzchnia wody lub lodu        | 0,008  | 0,008  | 0,013  | 0,015 | 0,02  | 0,025 |





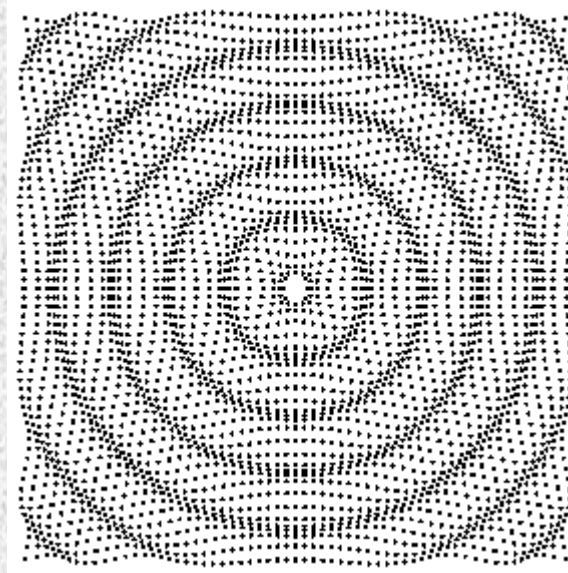


## **Podstawowe zagadnienia związane z ruchem falowym**

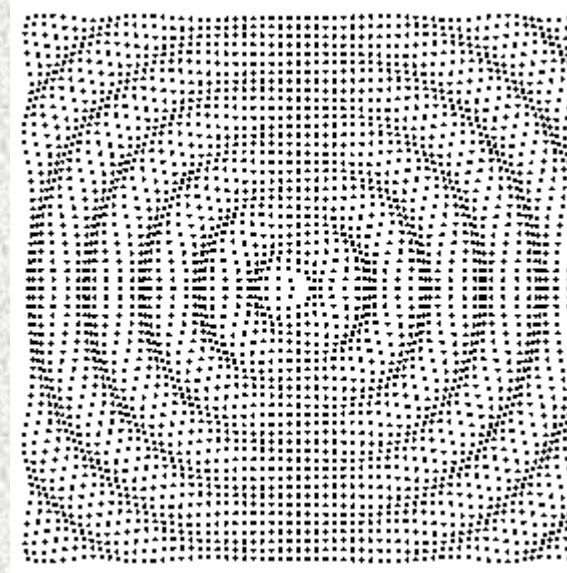
**Fala = ruch zaburzenia w ośrodku ciągłym**



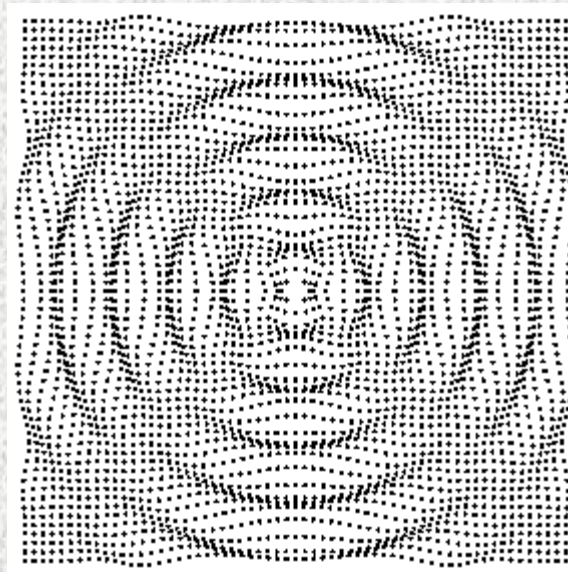
## Fale w płynach nielepkich



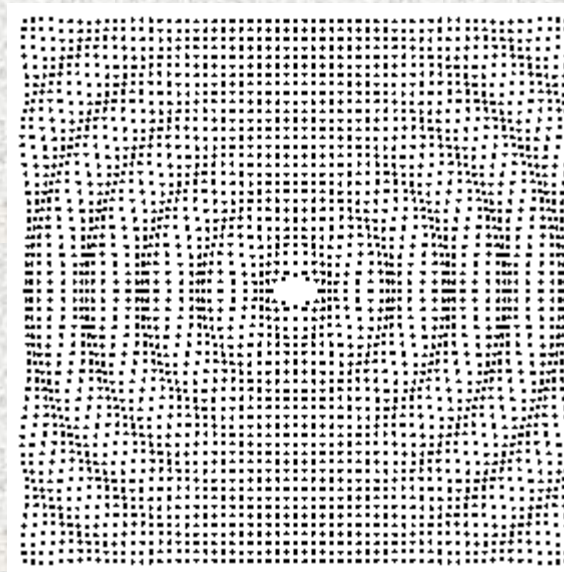
monopol



dipol



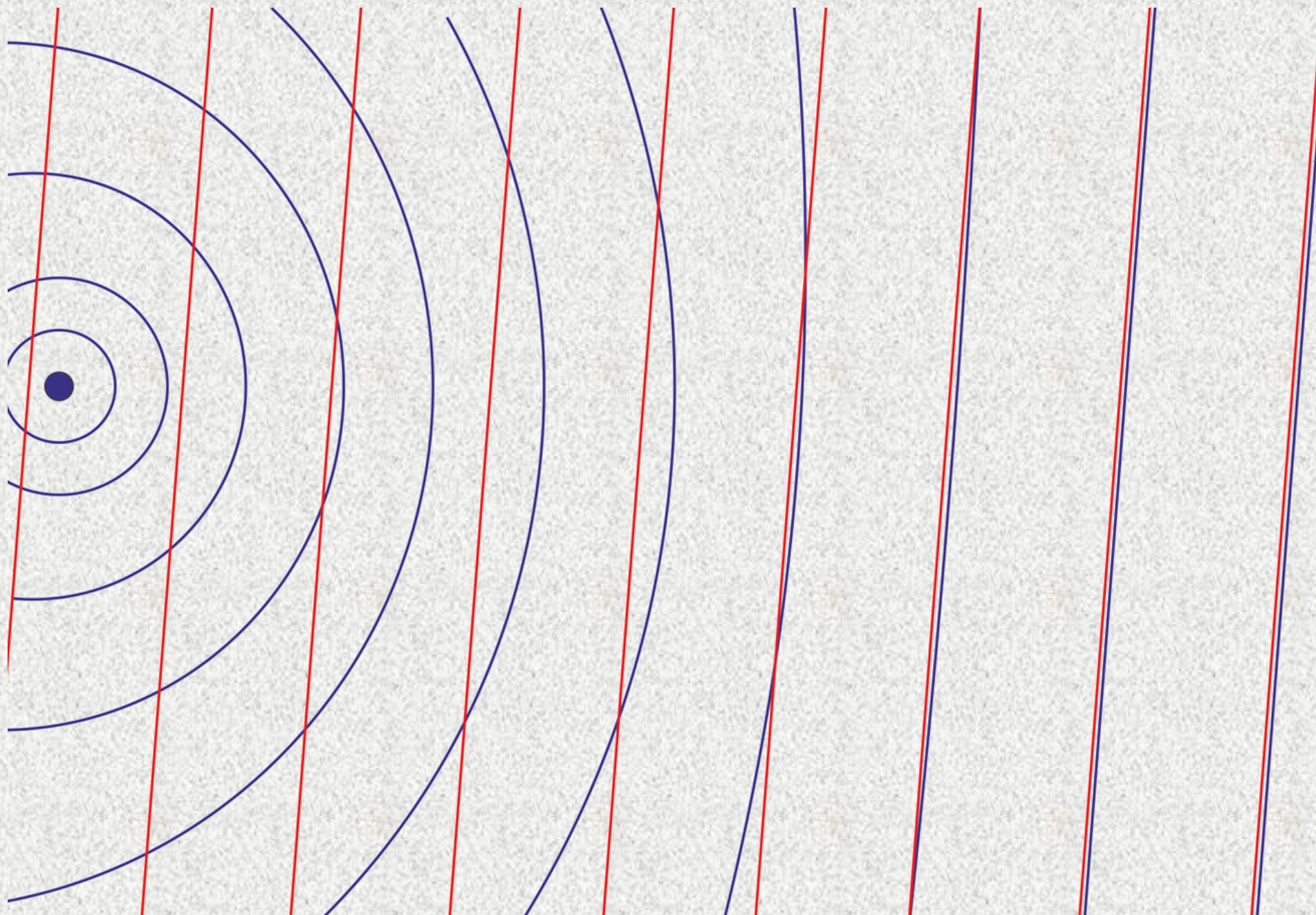
kwadrupol poprzeczny



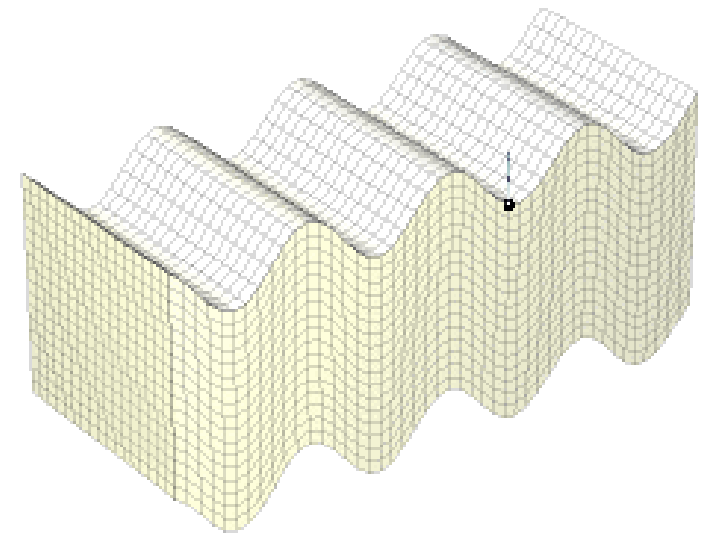
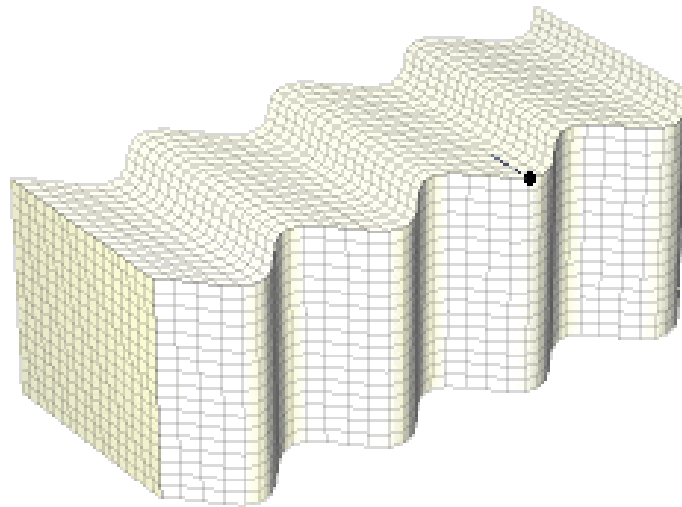
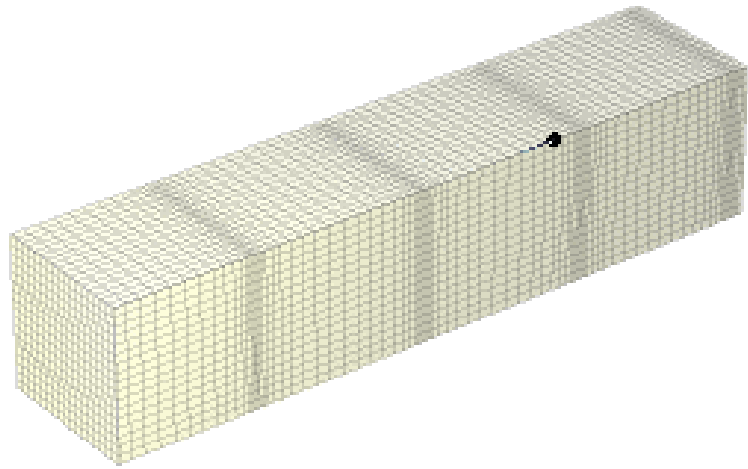
kwadrupol podłużny



Daleko od źródła fala staje się płaska

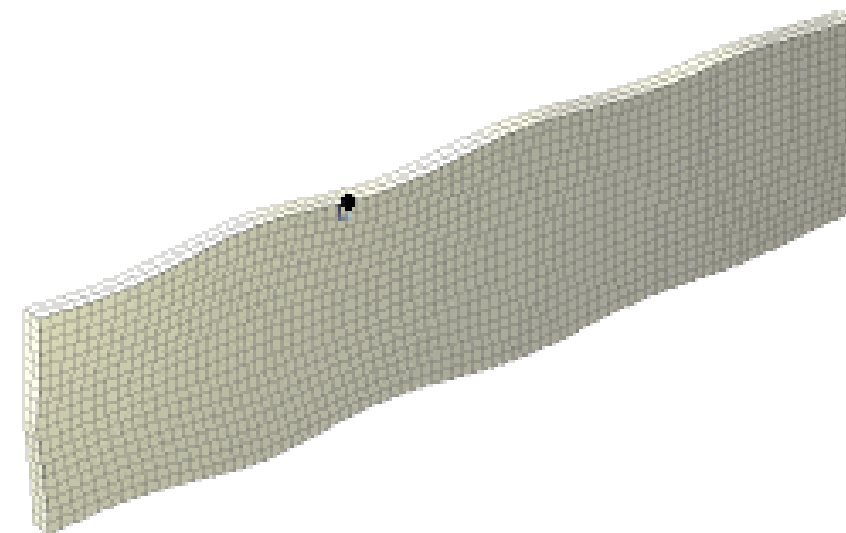
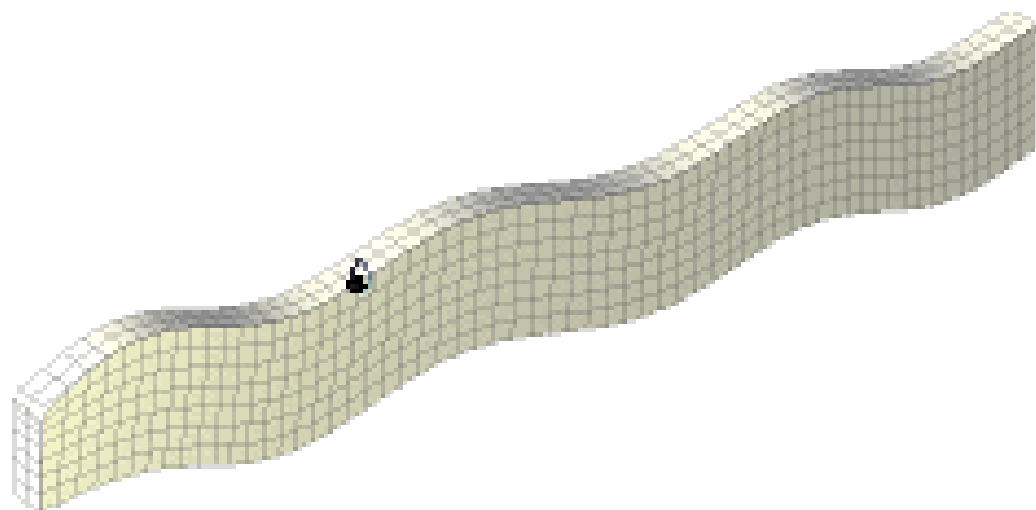
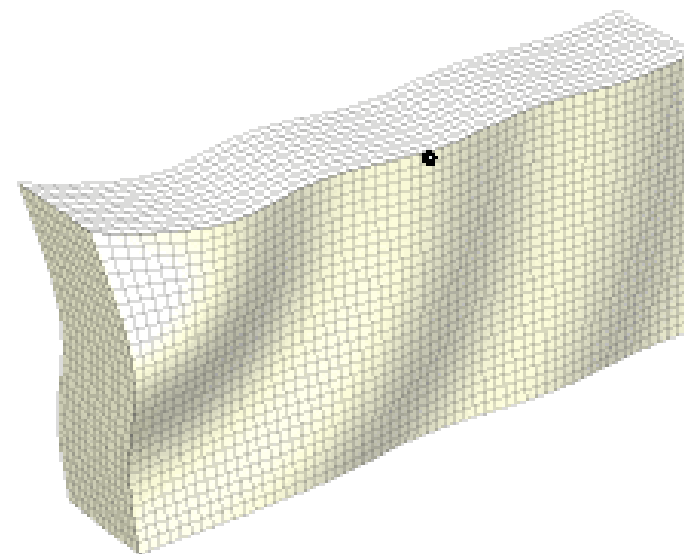
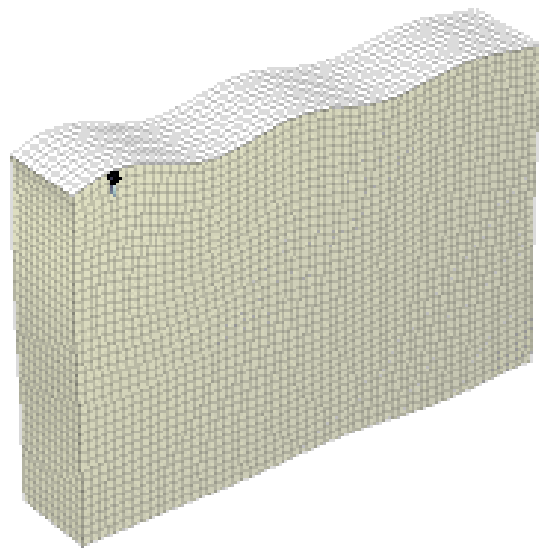


## Fale objętościowe w ciałach stałych

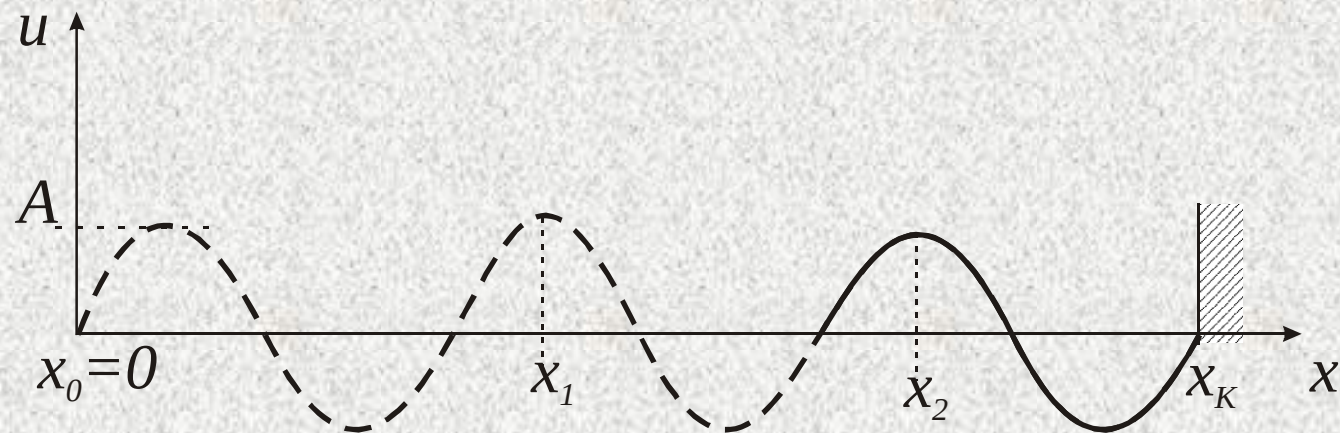




## Fale powierzchniowe

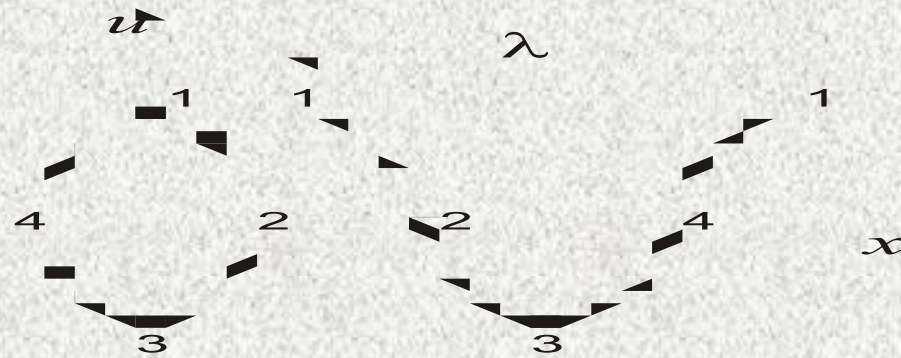


## Najprostszy model ruchu falowego



$$u = A \cos \omega t$$





czas potrzebny na zmianę fazy fali od położenia 1 do 1 nazywa się **okresem  $T$**

(analogia do jednego pełnego obrotu koła)

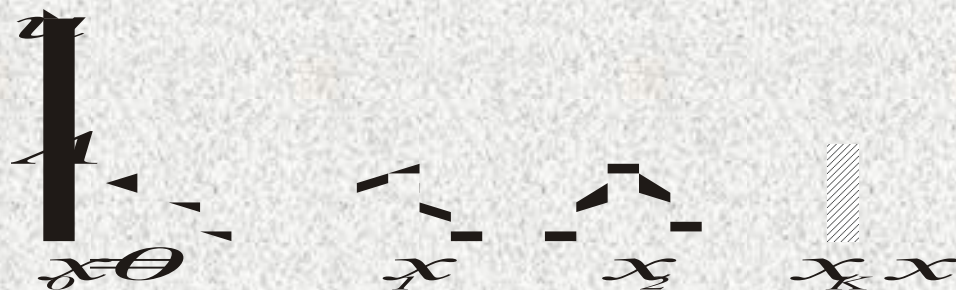
liczba cykli fali w jednostce czasu (liczba obrotów koła) to **częstotliwość  $f$** ,

wyrażona w radianach zmiana fazy fali w jednostce czasu (kąt obrotu koła w jednostce czasu) to **pulsacja  $\omega$**

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

dystans jaki pokonuje fala w czasie trwania jednego okresu nazywam się **długością fali  $\lambda$**

maksymalna wartość  $u$  (równa promieniowi koła) jest nazywana **amplitudą fali  $A$**



Dla dowolnego punktu  $x$  **opóźnienie fazowe** względem początku układu jest proporcjonalne do przebytej przez falę drogi.

Jeśli współczynnik proporcjonalności oznaczmy przez  $k$ , to wychylenie liny w dowolnym punkcie wyniesie:

$$u = A \cos(\omega t - kx)$$

$$\lambda = |x_1 - x_2| \quad (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = 2\pi$$

$$k\lambda = 2\pi \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

ponieważ  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , zaś  $u = A \cos(\omega t - kx)$

$$u(x, t) = A \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

**Jest to równanie monochromatycznej fali biegnącej  
(tzn. fali sinusoidalnej o stałej amplitudzie i częstotliwości)**



Jeśli w czasie jednego okresu  $T$  fala pokonuje dystans  $\lambda$ , to musi się ona poruszać (propagować) z prędkością:

$$v = \frac{\lambda}{T} = f \lambda = \frac{\omega \lambda}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

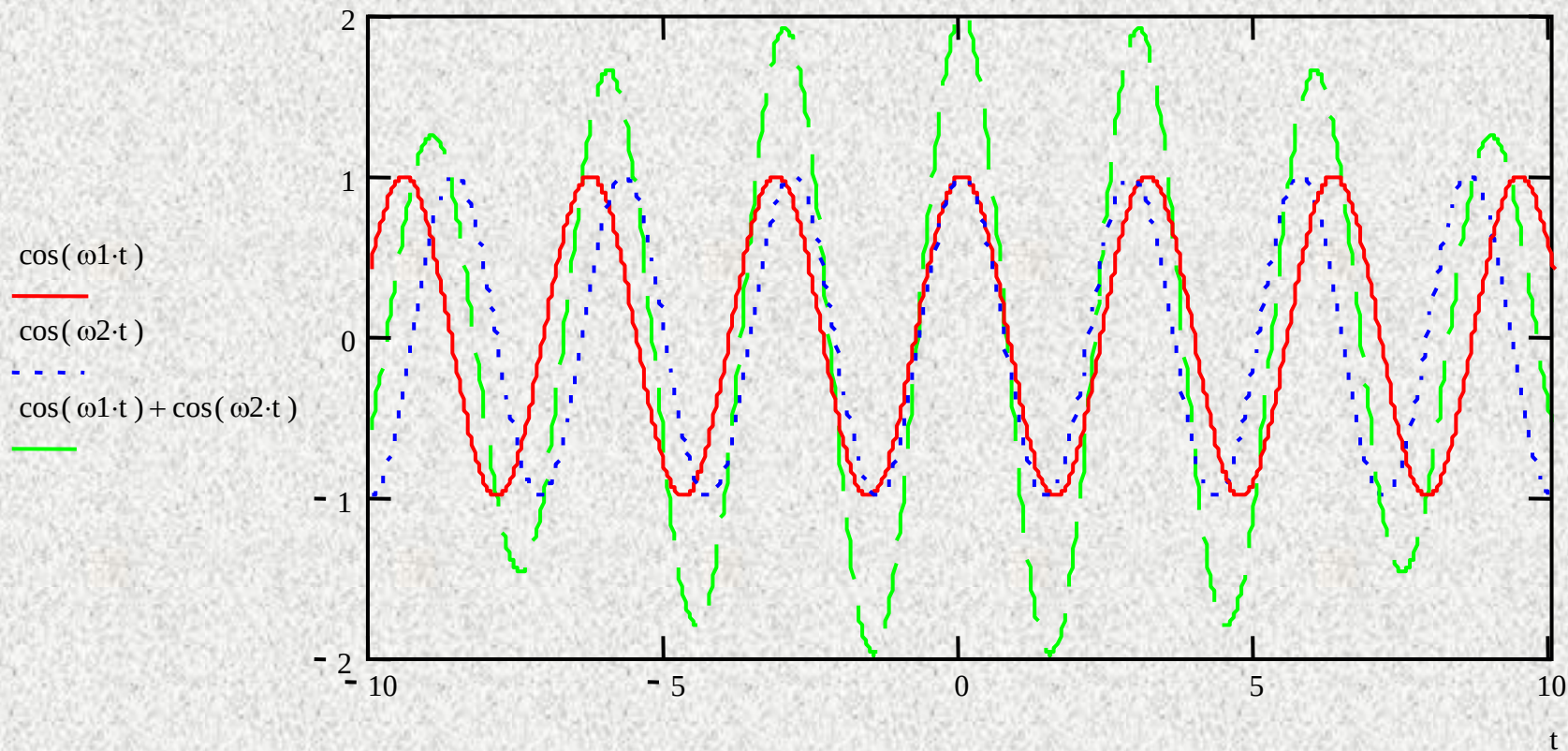
stąd  $k = \frac{\omega}{v}$

$$u(x, t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v} x\right) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right)$$

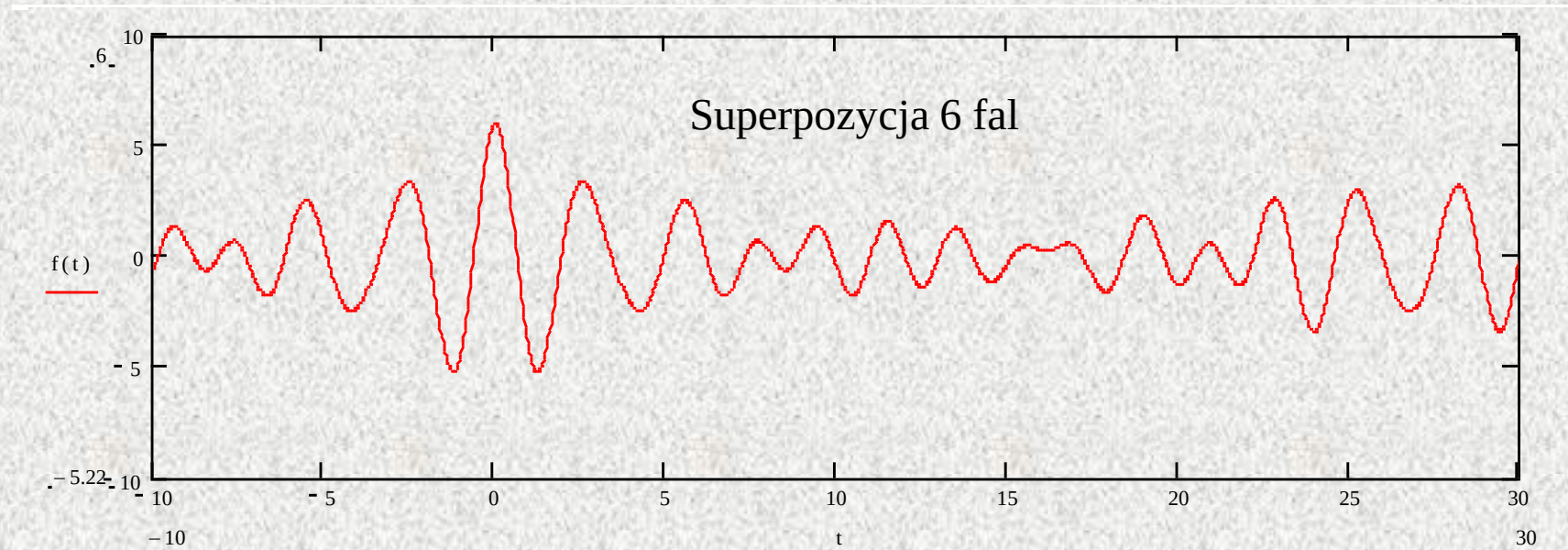
Zastępując współrzędną przez wektor położenia otrzyma się ogólniejsze wyrażenie w postaci:

$$u = A \cos(\omega t - \mathbf{k} \mathbf{r})$$

Fale występujące w przyrodzie lub też generowane sztucznie są niemal zawsze **superpozycjami** (sumami czy też złożeniami) wielu fal monochromatycznych



dwie fale o 10 % różnicy częstotliwości i ich superpozycja (zielona)

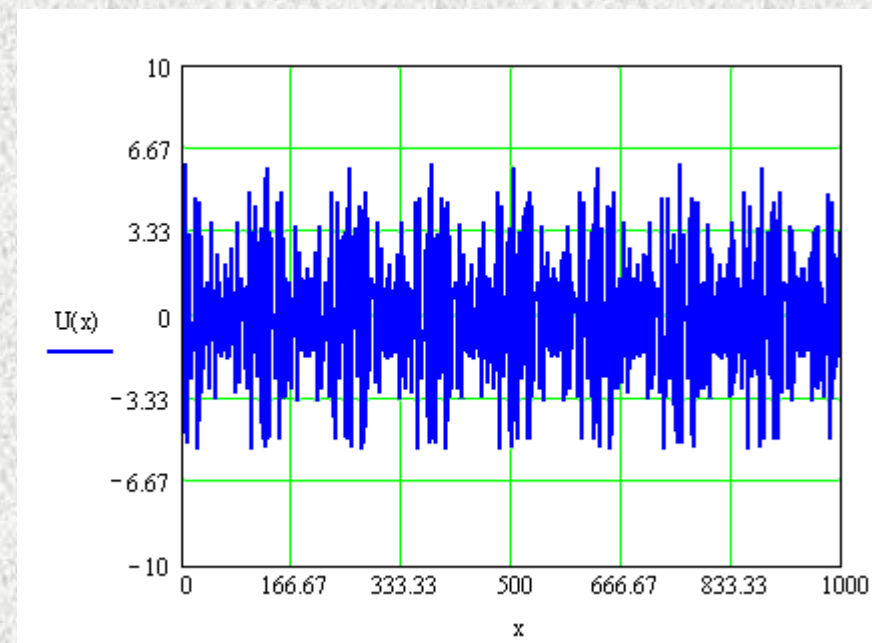
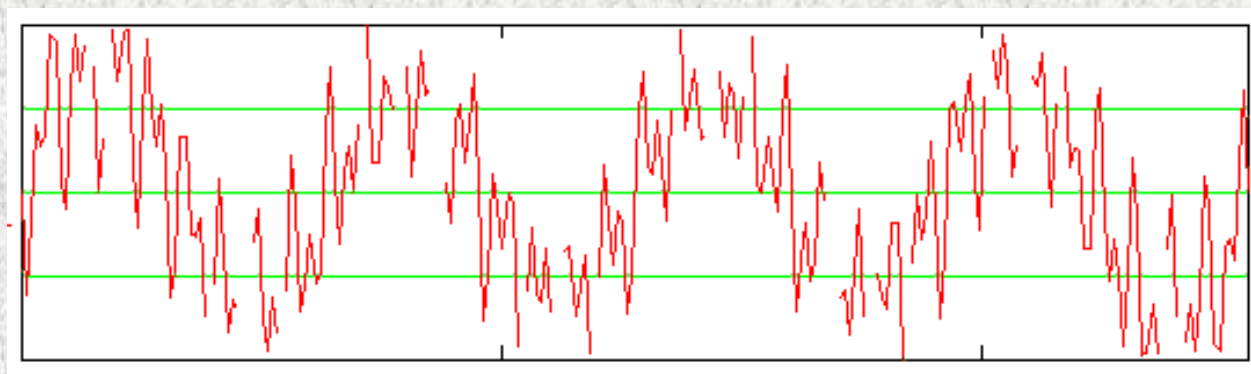


Jeśli każda z fal składowych porusza się z inną prędkością to prędkość fazowa superpozycji jest niezdefiniowana

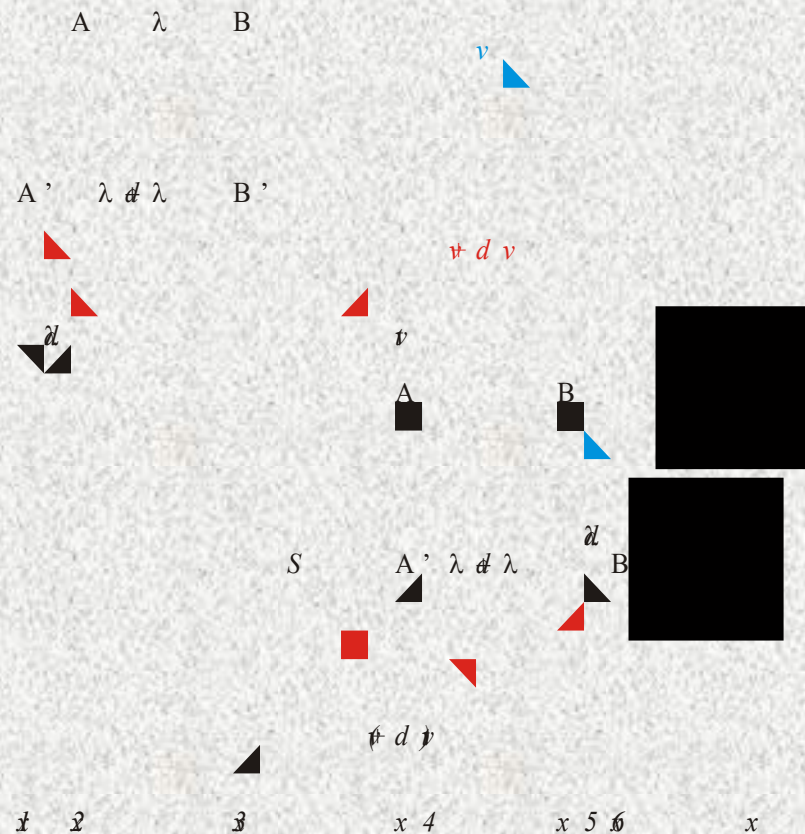
**Dyspersja jest to zależność parametrów ośrodka od częstotliwości, w szczególności mianem tym określa się zależność prędkości fali od częstotliwości w danym ośrodku.**



## Prędkość grupowa fal



Prędkość grupowa jest prędkością przemieszczania się maksimum paczki falowej



$$v_g = \frac{S}{t}$$

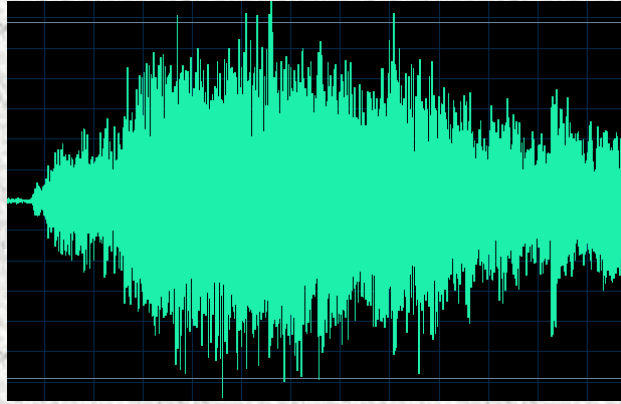
$$S = vt - \lambda$$

$$v_g = v - \frac{\lambda}{t}$$

$$d\lambda = (v + dv)t - vt = dv \cdot t$$

$$t = \frac{d\lambda}{dv}$$

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$



Gdy sygnał złożony składa się z bardzo dużej liczby fal monochromatycznych to można go opisać przyjmując w charakterze zmiennej liczbę falową

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i(\omega t - kx)} dk$$

Wielkość  $A(k)$  nazywana jest **spektralną gęstością amplitudy pakietu falowego**



wykorzystując wzór Eulera dla liczb zespolonych

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

można zapisać drgania harmoniczne w postaci wykładniczej, szczególnie dogodnej przy różniczkowaniu

$$s = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \cos(\omega t + \varphi_1) = A e^{i(\omega t + \varphi_1)} = \tilde{A} e^{i\omega t}$$

gdzie:  $\varphi_1 = \varphi_0 - \frac{\pi}{2}$  Wielkość  $\tilde{A} = A e^{i\varphi_1}$  nazywana jest amplitudą zespoloną

z tego względu wyrażenie 
$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{i(\omega t - kx)} dk$$

może mieć też postać 
$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) \cos(\omega t - kx) dk$$

## Energia fal

Punkty materialne ośrodka uczestniczące w ruchu falowym wykonują jedynie drgania wokół ustalonego położenia równowagi. W każdej jednostce objętości ośrodka przenoszącego fale mechaniczne (sprężyste) zawarta jest energia

$$E = \frac{\rho v_{\max}^2}{2}$$

$\rho$  gęstość czyli masa jednostki objętości

$v_{\max}$  amplituda prędkości

$$v_{\max} = \omega A$$

$$E = \frac{\rho \omega^2 A^2}{2}$$

Energia ta rozchodzi się z prędkością fali (grupową w przypadku paczki fal)

Natężenie fali - energia przechodząca w jednostce czasu przez jednostkę powierzchni

Strumień energii – energia przechodząca w jednostce czasu (moc) przez ustaloną powierzchnię o polu  $S$ .

W jednostce czasu fala przebywa drogę

$$s = vt = v$$

wnosząc swoją energię do obszaru o objętości

$$V = Ss = Sv$$

Ponieważ na jednostkę objętości przypada energia  $E$ , na całą objętość przypadnie

$$\Phi = ESv$$

Jest to strumień energii przez powierzchnię  $S$ .

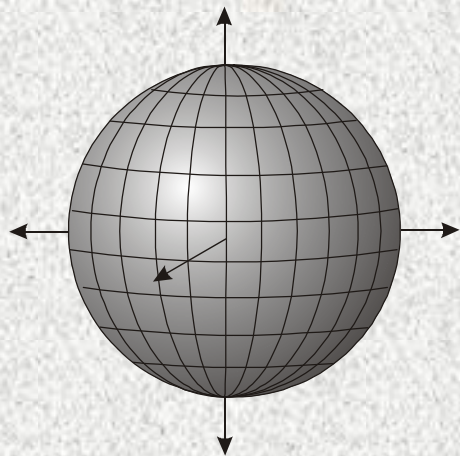
Natężenie definiuje się dla powierzchni jednostkowej, zatem

$$I = Ev$$

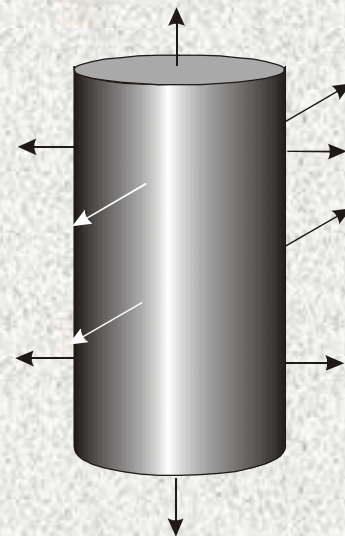


Opis fali w 3D wymaga wiedzy nt. poruszania się czoła fali – czyli zbioru punktów przestrzeni o jednakowej fazie drgań w określonej chwili.

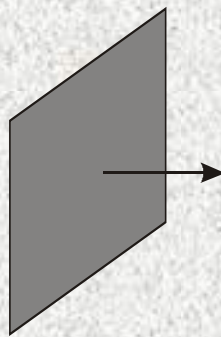
Czoło fali ma w ogólności kształt dowolny, jednak w przybliżeniu izotropowym można czoło fali opisać za pomocą sfery, walca lub płaszczyzny.



dla źródeł punktowych



dla źródeł liniowych



fala płaska dla źródeł płaskich bądź w strefach oddalonych od innych źródeł

Jeśli w ośrodku nie ma strat (np. na ciepło) to energia przechodząca przez powierzchnie jednakowej fazy musi być stała.

Natężenie fali płaskiej podczas jej propagacji jest stałe.

Dla fal kulistych natężenie fali spada proporcjonalnie do kwadratu odległości (powierzchnie ekwifazowe rosną z kwadratem odległości), zaś dla fal cylindrycznych z pierwszą potęgą odległości

Amplituda fali kulistej spada proporcjonalnie do odległości

$$u = \frac{A}{|\mathbf{r}|} \cos\left(t - \frac{r}{v}\right)$$

dla fali cylindrycznej do pierwiastka kwadratowego z odległości

$$u = \frac{A}{\sqrt{|\mathbf{r}|}} \cos\left(t - \frac{r}{v}\right)$$

Natężenie dźwięku – moc przenoszona przez dźwięk przez jednostkę powierzchni

$$I_D = \frac{P}{S} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

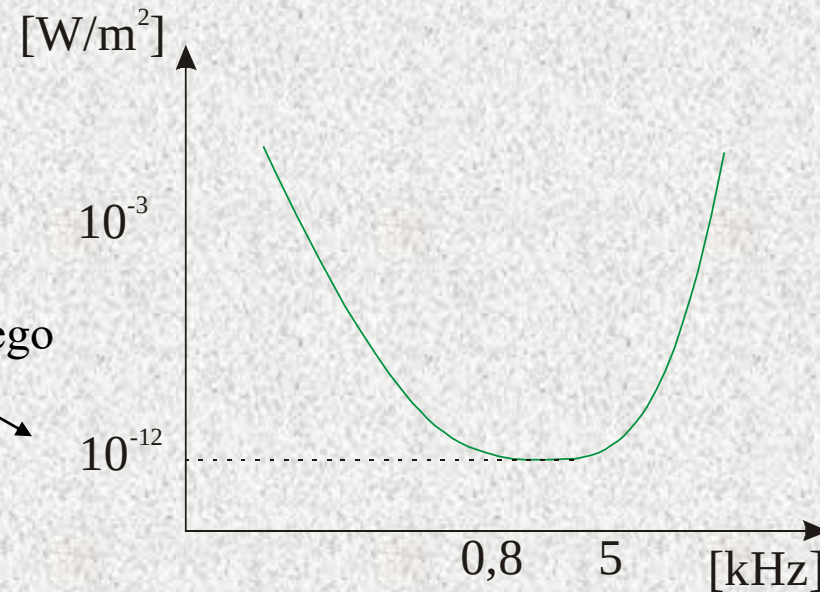
Natężenie dźwięku dla fal kulistych  $S(r) = 4\pi r^2$

$$I_D = \frac{P}{4\pi r^2}$$

krzywa progu słyszalności

Natężenie progu zerowego

$10^{-12} \text{ W/m}^2$  odpowiada ciśnieniu  $20 \text{ }\mu\text{Pa}$   
Jest to poziom 0 dB





W ośrodku stratnym natężenie fali maleje znacznie szybciej niż rosną powierzchnie ekwipotencjalne – energia konwertowana jest na inne jej postacie.

Jeśli fala pokonała warstwę  $dx$ , to spadek natężenia musi być proporcjonalny do natężenia fali padającej i grubości tej warstwy

$$dI = -\alpha I dx$$

w.b.  $I \Big|_{x=0} = I_0 \quad I \Big|_x = I$

dla skończonych odległości:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\alpha \int_0^x dx$$

stąd

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

spadek natężenia fali jest wykładniczy

Amplituda będzie spadała wg tej samej zależności ale współczynnik pochłaniania będzie dwukrotnie mniejszy.

$$A = A_0 e^{\frac{-\alpha x}{2}}$$

Odwrotność współczynnika tłumienia (pochłaniania) wyr. w [m] to grubość warstwy, po przejściu której natężenie fali maleje  $e$  razy

Odwrotność współczynnika tłumienia (pochłaniania) wyr. w [m] to grubość warstwy, po przejściu której natężenie fali maleje  $e$  razy

Podwojona odwrotność współczynnika tłumienia (pochłaniania) wyr. w [m] to grubość warstwy, po przejściu której amplituda fali maleje  $e$  razy

Tłumienie **na ogół** rośnie wraz z częstotliwością

$$\alpha = a\omega^2$$

$a$  jest współczynnikiem wyznaczanym empirycznie, dla powietrza

$$a \approx 4 \cdot 10^{11} \left[ \frac{\text{s}^2}{\text{m}} \right]$$

Na drodze 1 km fala 100 Hz ulega tłumieniu  $\sim 1,02$  razy zaś fal ultradźwiękowa o częstotliwości 20 kHz –  $10^{274}$  razy!

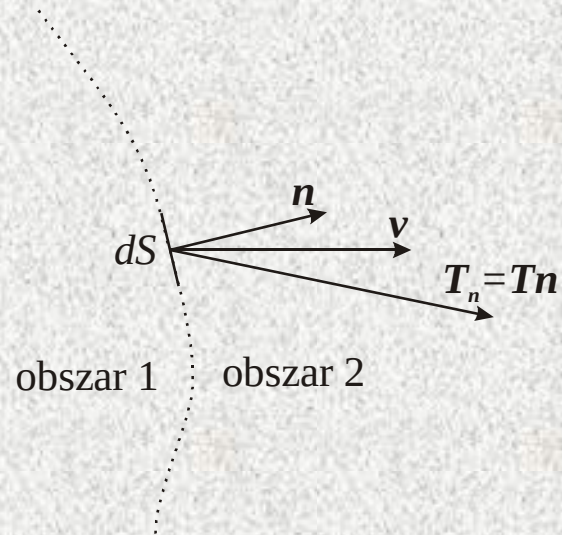
Dla fal podłużnych w cieczach współczynnik  $\alpha$  jest odwrotnie proporcjonalny do sześciangu prędkości fali i wprost proporcjonalny do lepkości ośrodka.

Tak silna zależność od prędkości oraz stosunkowo duża lepkość powietrza powodują, że pochłanianie fal ultradźwiękowych w cieczach jest ok. 100-krotnie słabsze.

Fale ultradźwiękowe w wodzie rozchodzą się więc na odległość  $\sim 1000$  krotnie większą niż w gazach



## Przepływ mocy – akustyczny wektor Poyntinga



Przepływ mocy z obszaru 1 do obszaru 2

$$-\mathbf{v}T\mathbf{n}dS = \mathbf{P}\mathbf{n}dS$$

$$\mathbf{P} = -\mathbf{v}T$$

Gęstość przepływu mocy w kierunku  $\mathbf{n}$

Zasada Huygensa (wym. hojchensa)

Każdy punkt ośrodka, do którego dotarło czoło fali można uważać za źródło nowej fali kulistej.

Fale te zwane są falami cząstkowymi i interferują ze sobą.

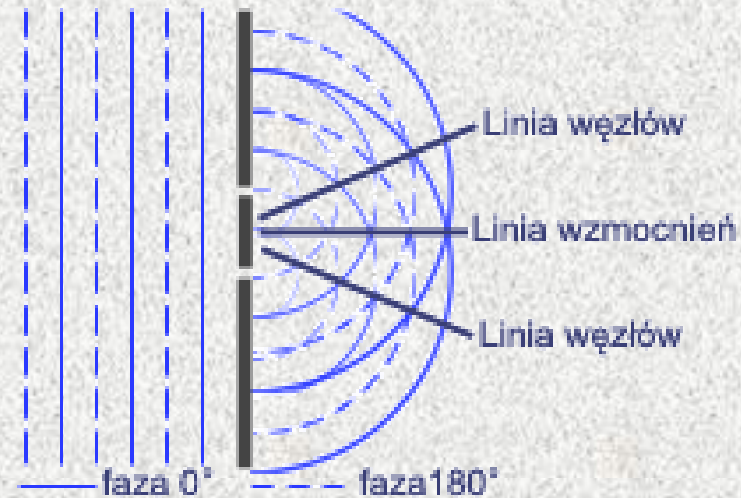
Wypadkową powierzchnię falową tworzy powierzchnia styczna do wszystkich powierzchni fal cząstkowych i to właśnie ją obserwuje się zwykle w ośrodku.

Z zasady Huygensa wynika, że fale rozchodzą się izotropowo (również wstecznie).

Nie zgadza się to całkiem z doświadczeniem.

Poprawkę zasady wprowadził Kirchhoff dodając współczynnik kierunkowy:

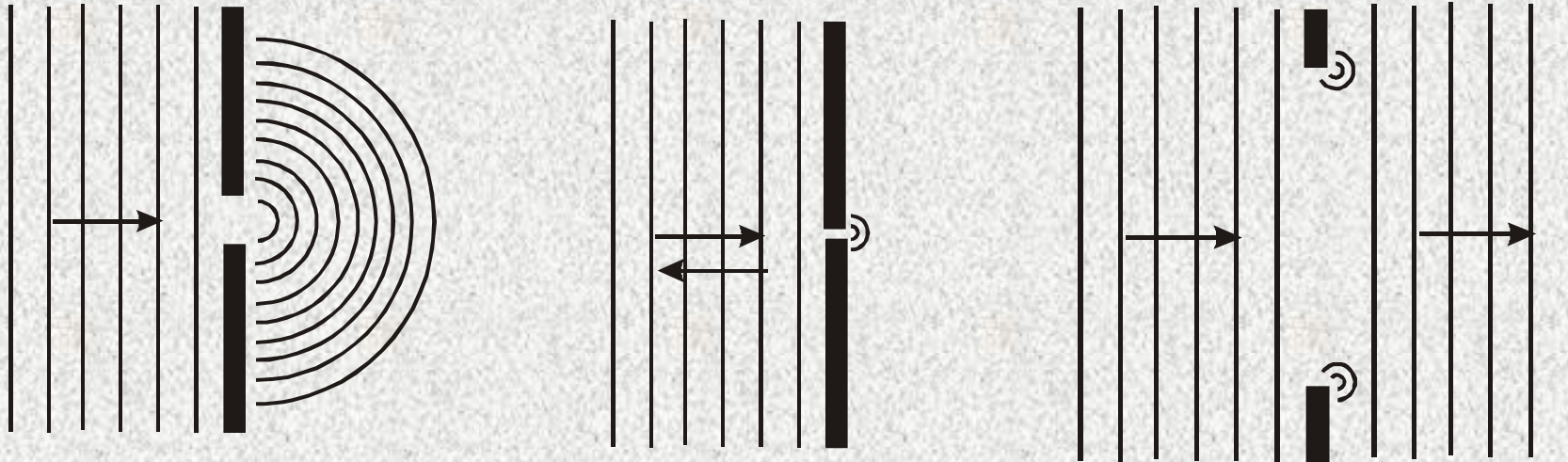
$$A(\theta) = \frac{1}{2} A_0 (1 + \cos \theta)$$



## Dyfrakcja

Zjawisko zmiany kierunku rozchodzenia się fali na krawędziach przeszkód oraz w ich pobliżu. Zachodzi ono dla przeszkód o dowolnych rozmiarach ale wyraźnie jest obserwowane dla rozmiarów porównywalnych z długością fali.

Jest to bezpośrednia konsekwencja zasady Huygensa



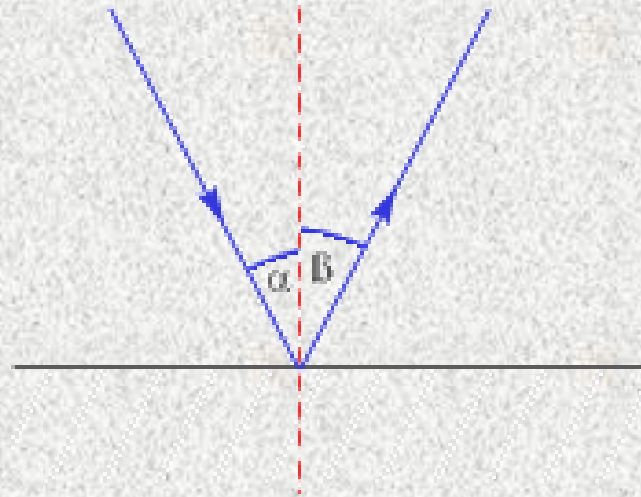


## Zasada Fermata

Fala biegnąca z jednego punktu do drugiego przebywa drogę, na której przebycie trzeba w porównaniu z innymi sąsiednimi drogami minimum lub maksimum czasu. Zasada ta prowadzi do wniosku, że fala w ośrodkach jednorodnych rozchodzi się po liniach prostych, a także podlega odbiciom i załamaniom.

## Prawo odbicia

$$\alpha = \beta$$



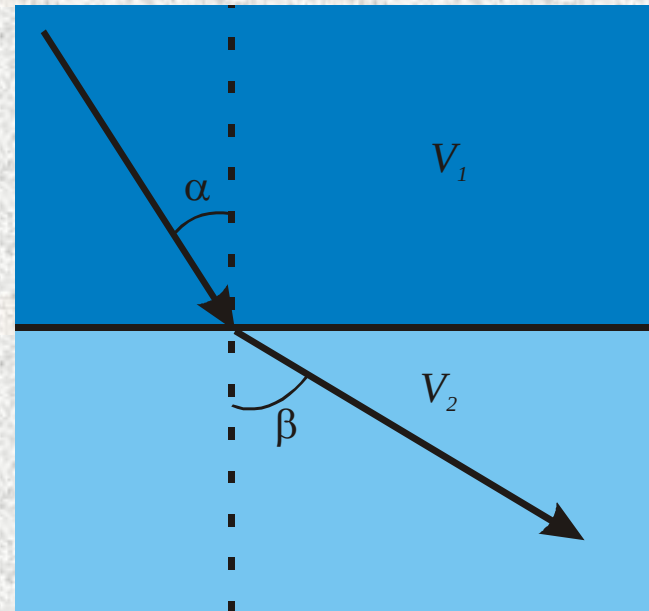
Przy odbiciu fali od ośrodka o wyższej sztywności następuje zmiana fazy na przeciwną

## Prawo załamania (Snelliusa)

Stosunek sinusa kąta padania do sinusa kąta załamania, zwany współczynnikiem załamania  $n$  ośrodka drugiego względem pierwszego, jest równy stosunkowi prędkości rozchodzenia się fali w ośrodku pierwszym do prędkości rozchodzenia się fali w ośrodku drugim. Promień fali padającej, promień fali załamanej i prosta prostopadła (normalna) do granicy ośrodków leżą w jednej płaszczyźnie.

Zmiana kierunku rozchodzenia się fali nosi nazwę **refrakcji**.

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$$



Związek ten wynika m. in. z prawa Fermata

## Rezonans akustyczny (mechaniczny)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + kx = Fe^{j\omega t}$$

szukane rozw. w postaci  $x = Ae^{j\omega t}$

r-nie charakt.  $A(-m\omega_0^2 + j\alpha\omega_0 + k) = F$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\alpha}{m}$$

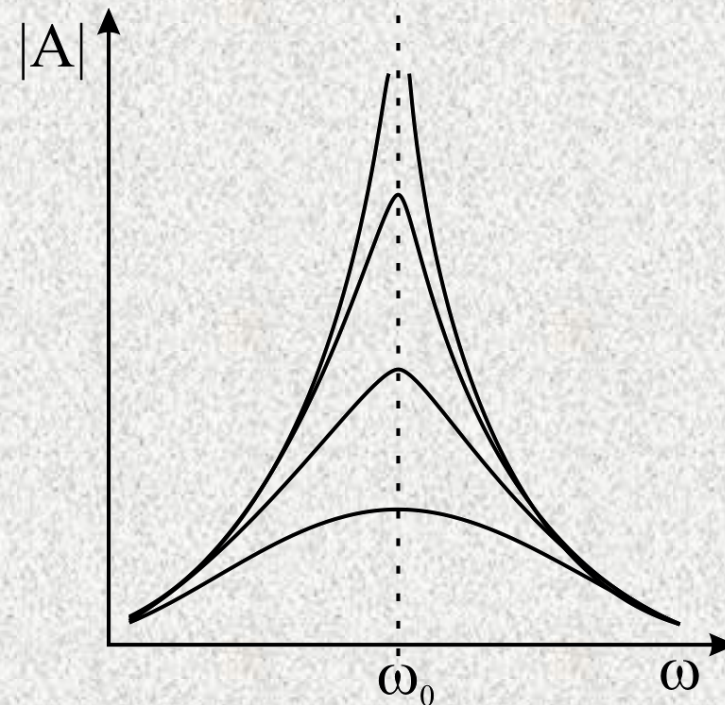
$$A = \frac{F / m}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{j\omega}{\tau}}$$

$$|A| = \frac{F / m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}}$$

arg A – przesunięcie fazowe między  
oscylacją własną a oscylacją siły  
wymuszającej

dla dużych wartości  $\tau$

$$|A| \rightarrow \delta(\omega_0)$$



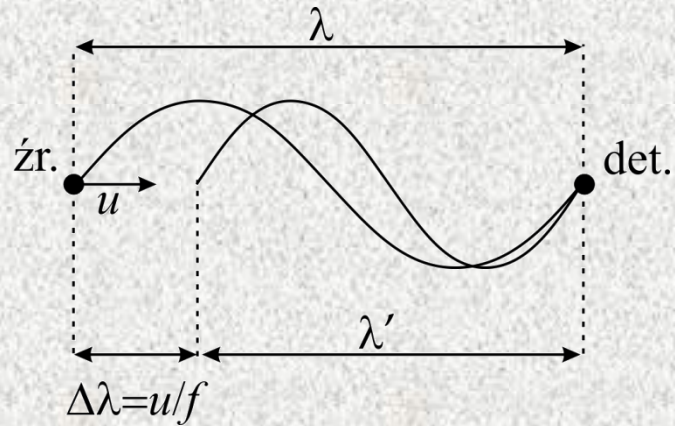


## Efekt Dopplera-Ficeau

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f' = \frac{c+v}{\lambda} = \frac{c+v}{c} f = \left(1 + \frac{v}{c}\right) f$$

detektor nieruchomy – źródło porusza się z prędkością  $v$



$$f' = \frac{c+v}{c-u} f$$

źródło i detektor  
są w ruchu

$$f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda - \Delta\lambda} = \frac{c}{\lambda - \frac{u}{f}} = \frac{c}{c - u} f = \left( \frac{1}{1 - \frac{u}{c}} \right) f$$

źródło nieruchome – detektor porusza się z prędkością  $u$

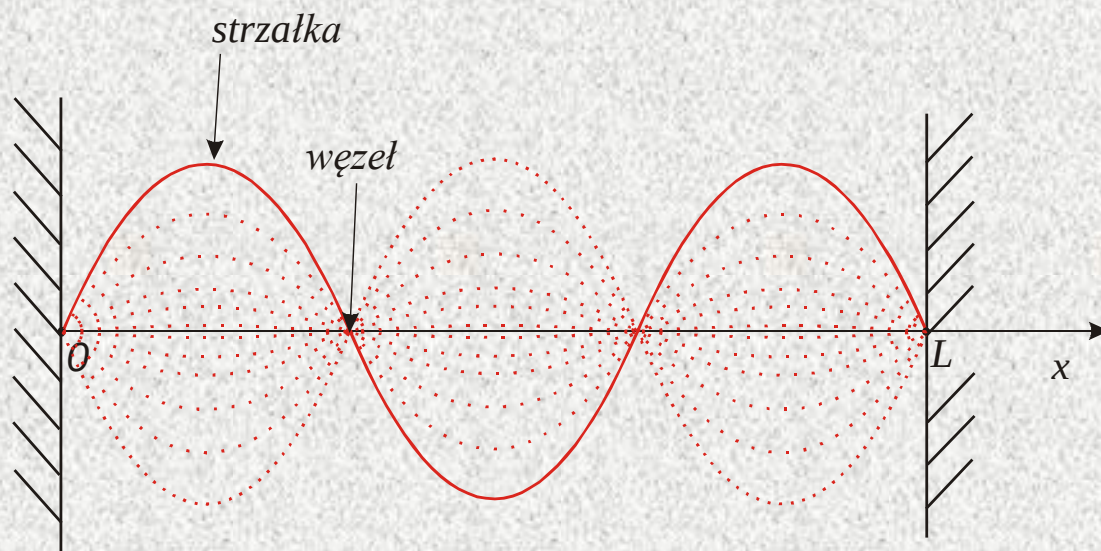
## Fale stojące

Interesujący rezultat otrzymuje się przy nałożeniu (zsumowaniu) dwóch fal o jednakowych amplitudach i częstotliwościach propagujących się w przeciwnych kierunkach.

$$u = A \left[ \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \cos \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$u = 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t$$

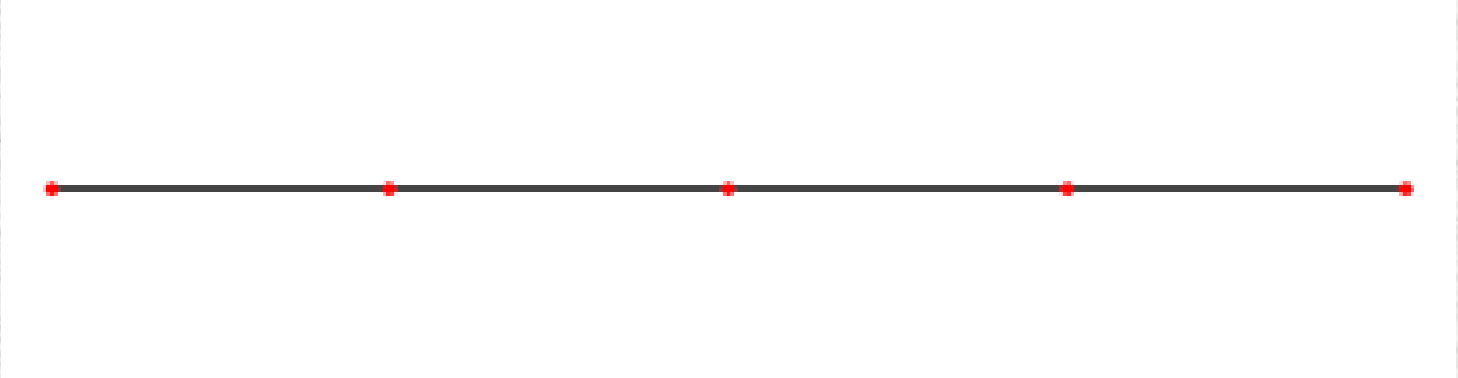


$$L = n \frac{\lambda}{2}$$

strzałki  $x = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$

węzły  $x = \frac{n\lambda}{2}$

Formalnie twór taki nie jest falą ponieważ zaburzenie nie rozchodzi się!





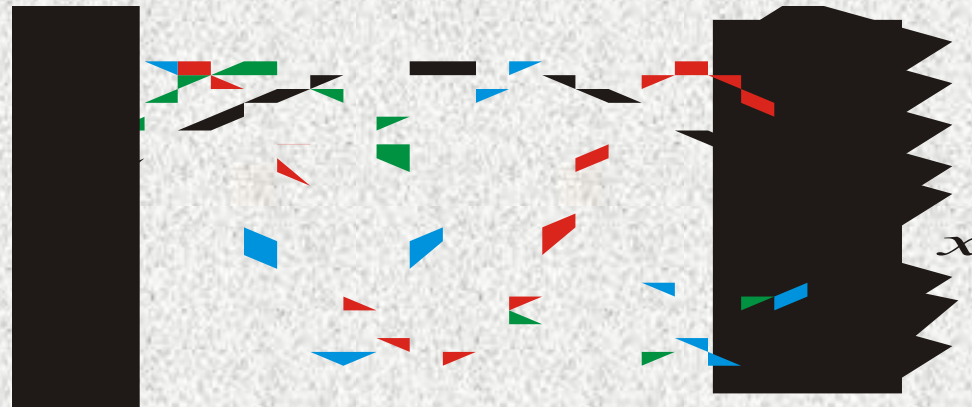
Niech fala odbija się całkowicie (zupełnie) pomiędzy dwoma równoległymi płaszczyznami znajdującymi się w punktach  $x=0$  oraz  $x=L$ . W punktach tych muszą znaleźć się węzły fali, co oznacza spełnienie warunku:

$$2A \sin \frac{2\pi L}{\lambda} = 0$$

i prowadzi do zależności

$$\lambda = \frac{2L}{n} \quad \text{lub} \quad f = n \frac{v}{2L}$$

Między dwoma płaszczyznami oddległymi o  $L$  mogą więc powstawać tylko fale stojące o długościach będących podwielokrotnością  $2L$  czyli o częstotliwościach będących wielokrotnością  $v/2L$



Zupełne odbicie fali od przeszkody jest sytuacją wyidealizowaną. Przypadkiem realistycznym jest odbicie częściowe (niezupełne). Załóżmy, że na przeszkodę pada fala o amplitudzie  $A_{PAD}$ , odbija się częściowo od tej przeszkody i propaguje w przeciwnym kierunku z amplitudą  $A_{ODB}$ . Po nałożeniu tych fal otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 u &= A_{PAD} \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + A_{ODB} \cos \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) = \\
 &= \underbrace{(A_{PAD} - A_{ODB}) \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)}_{\text{fala biegnąca}} + \underbrace{A_{ODB} \left[ \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) - \cos \omega \left( t + \frac{x}{v} \right) \right]}_{\text{fala stojąca}}
 \end{aligned}$$

albo inaczej

$$u = (A_{PAD} - A_{ODB}) \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + 2A_{ODB} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t$$

Miarą zupełności (czy też niezupełności) odbicia jest tzw. współczynnik fali stojącej określany z zależności:

$$WFS \stackrel{def}{=} \frac{A_{PAD} + A_{ODB}}{A_{PAD} - A_{ODB}}$$

$$WFS \in \langle 1; \infty \rangle$$

brak odbicia

odbicie zupełne

$$\Gamma \stackrel{def}{=} \frac{A_{ODB}}{A_{PAD}}$$

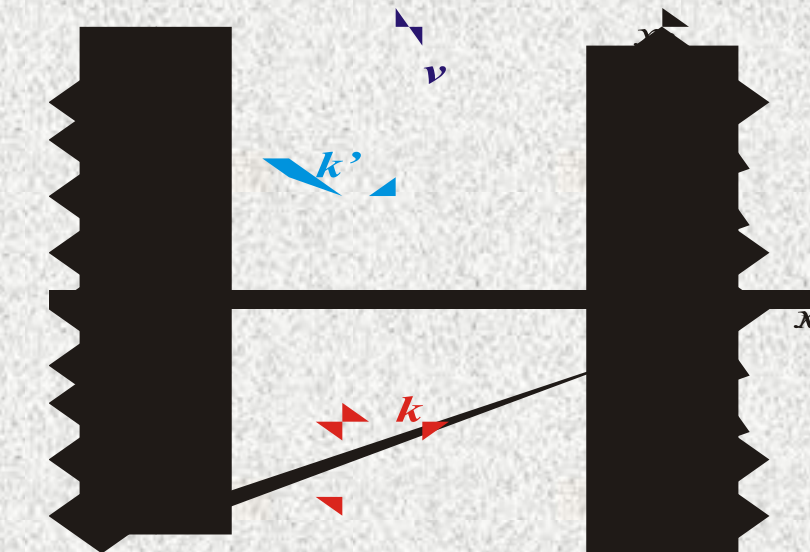
$$|\Gamma| \in \langle -1; 1 \rangle$$

$$\Gamma = 0 \quad \text{brak odbicia}$$

$$WFS = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$



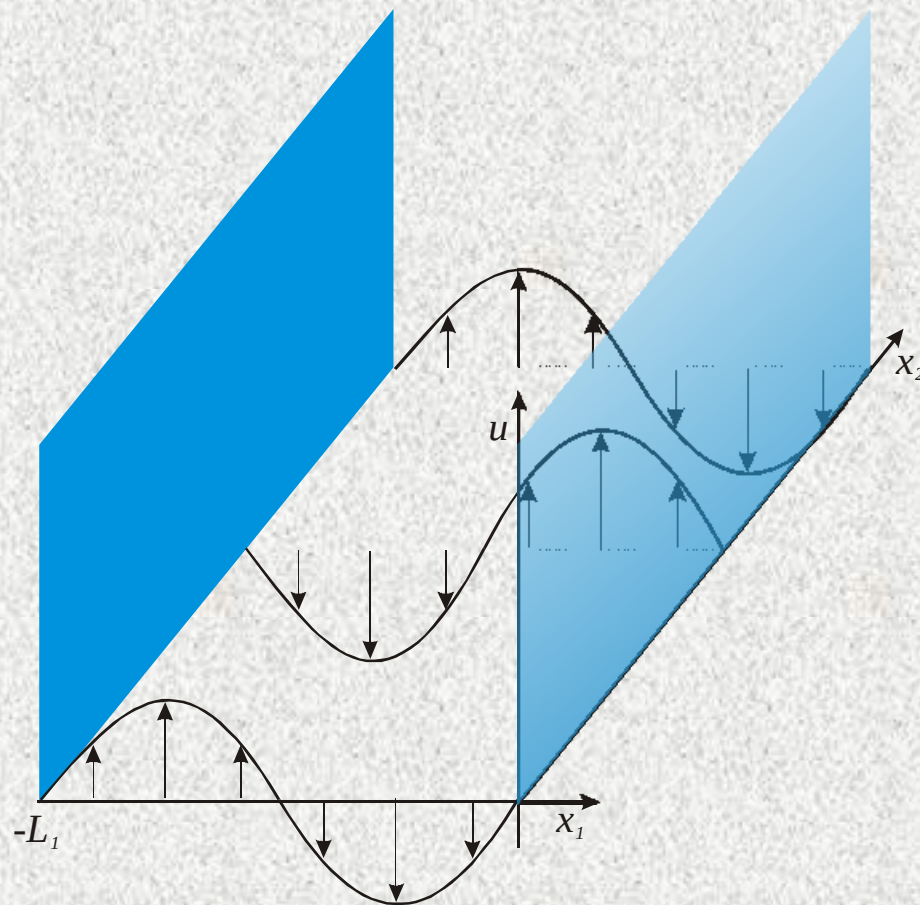
Zwykle kąt odbicia jest różny od prostego



$$u_{PAD} = A \cos(\omega t - k_1 x_1 - k_2 x_2) \quad u_{ODB} = -A \cos(\omega t - k'_1 x_1 - k'_2 x_2)$$

suma

$$u = 2A \sin\left(\omega t - \frac{k_1 + k'_1}{2} x_1 - \frac{k_2 + k'_2}{2} x_2\right) \sin\left(\frac{k_1 - k'_1}{2} x_1 + \frac{k_2 - k'_2}{2} x_2\right)$$



n=2

dla n=1

$$k_G^2 = k^2 - \left( \frac{n\pi}{L_1} \right)^2$$

w falowodzie

w wolnej przestrzeni  
(nieograniczonej)

$$\min k_G = k_C = \frac{\pi}{L_1}$$

$$\min \lambda = \lambda_C = 2L_1$$

$$\min f = f_c = \frac{v}{2L_1}$$

dyspersja!

W falowodzie mogą się propagować fale o długościach mniejszych od  $2L_1$ .

Zbliżanie się wartości długości do długości fali krytycznej odpowiada fizycznie zbliżaniu się kąta padania fali do wartości  $90^\circ$ , przy której fala zachowuje się jak w rezonatorze.

Aby jej węzły znajdowały się w miejscach odbić od prawej ściany  $x_1=0$  odpowiednie składowe wektorów falowych muszą być równe co do modułu (**zasada zachowania liczby falowej**)

$$k'_1 = \pm k_1$$

Nietrywialne rozwiązanie równania uzyskać można tylko dla  $k'_1 = -k_1$

$$u = 2A \sin(\omega t - k_2 x_2) \sin k_1 x_1$$

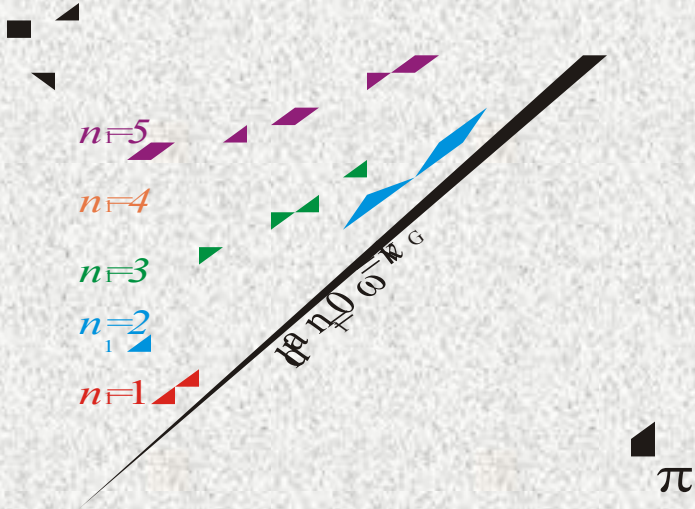
Aby węzły powstawały także w miejscach odbić od lewej ściany  $x_1 = -L_1$  musi spełniony być warunek:

$$k_1 = n \frac{\pi}{L_1}$$

$$u = 2A \sin(\omega t - k_2 x_2) \sin \frac{n\pi}{L_1} x_1$$

$$\omega = vk = v \sqrt{k_G^2 + \left(\frac{n_1 \pi}{L_1}\right)^2}$$

$$v = \frac{\omega}{\sqrt{k_G^2 + \left(\frac{n_1 \pi}{L_1}\right)^2}}$$





$$v_f=\frac{v}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega_{min}}{\omega}\right)^2}}$$

$$v_g=v\sqrt{1-\left(\frac{\omega_{mn}}{\omega}\right)^2}=v\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_c}{\lambda}\right)^2}$$

$$\blacktriangleleft \mathbf{V_f}$$



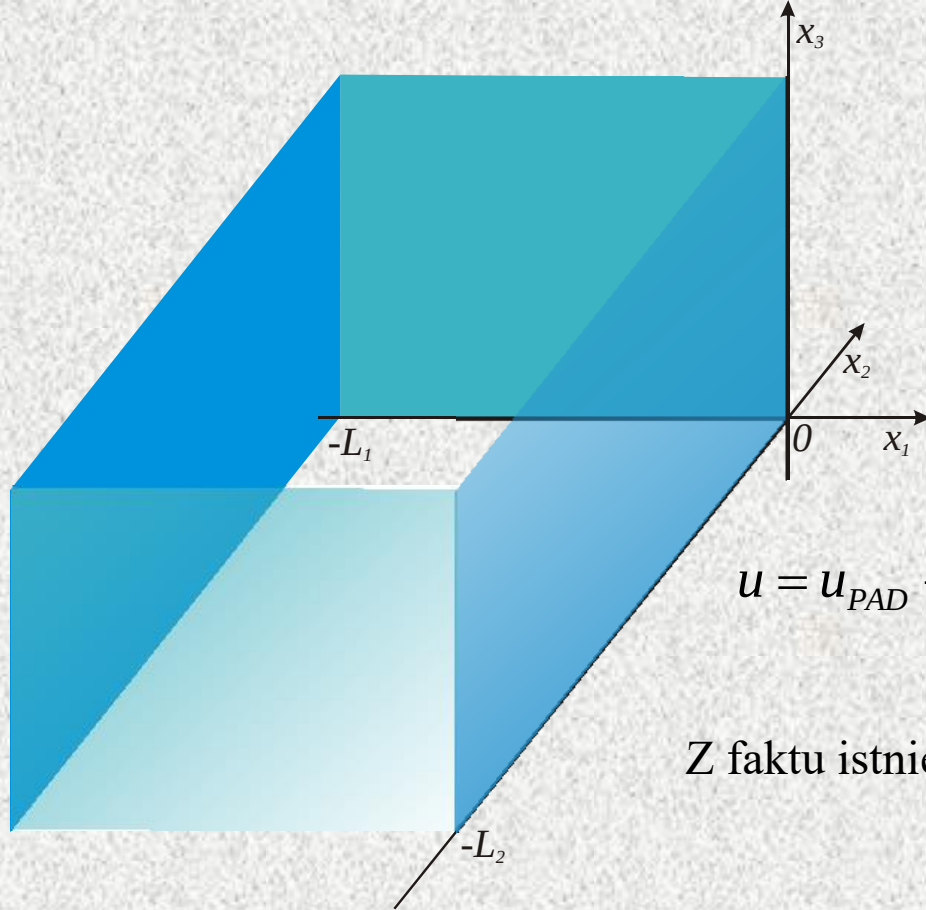
$$\mathbf{V_0}\blacktriangleright$$



$$\lambda/\lambda_c$$

$$_1$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2=\left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2+\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)^2$$



$$u_{PAD} = 2A \sin(\omega t - k_2 x_2) \sin\left(\frac{n_1 \pi}{L_1} x_1\right)$$

$$u_{ODB} = -2A \sin(\omega t - k_2 x_2) \sin\left(\frac{n_1 \pi}{L_1} x_1\right)$$

$$u = u_{PAD} + u_{ODB} = -4A \sin k_2 x_2 \sin\left(\frac{n_1 \pi}{L_1} x_1\right) \cos \omega t$$

Z faktu istnienia węzła fali w  $x_2 = -L_2$  wynika  $k_2 = \frac{n_2 \pi}{L_2}$

$$n_2 = 1, 2, 3 \dots$$

co po uwzględnieniu superpozycji

$$u = -4A \sin\left(\frac{n_1 \pi}{L_1} x_1\right) \sin\left(\frac{n_2 \pi}{L_2} x_2\right) \cos \omega t$$

ze związku  $\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 = \left(\frac{2\pi f}{v}\right)^2 = \mathbf{k}^2 = k_1^2 + k_2^2$  wynika  $f = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{L_2}\right)^2}$

Analogicznie, dokładając kolejne dwie ściany otrzyma się pudło rezonansowe z falą:

$$u = 8A \sin\left(\frac{n_1\pi}{L_1}x_1\right) \sin\left(\frac{n_2\pi}{L_2}x_2\right) \sin\left(\frac{n_3\pi}{L_3}x_3\right) \cos \omega t$$

rezonujące na częstotliwości

$$f = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{L_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{L_2}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{L_3}\right)^2}$$

# Fale sprężyste w płynach

Ośrodkiem sprężystym nazywamy każdy ośrodek, który po przyłożeniu naprężenia odkształca się wytwarzając przy tym siłę przeciwną do kierunku naprężenia. Odkształcenie oznacza zmianę rozmiarów i często kształtu elementu ośrodka.

Do takich ośrodków zaliczają się płyny i ciała stałe.

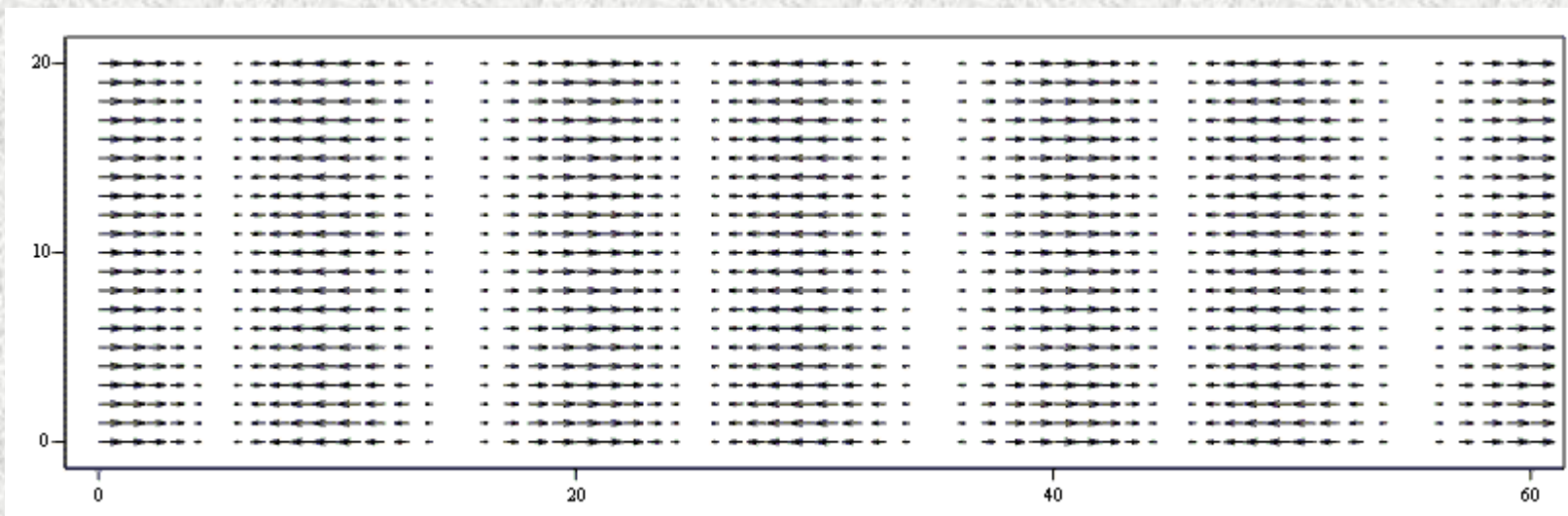
Związek pomiędzy naprężeniem a odkształceniem elementu ciała wyrażony jest prawem Hooke'a. Prawo to obowiązuje tylko dla małych odkształceń.

stare oznaczenia

$$\sigma \sim \varepsilon$$

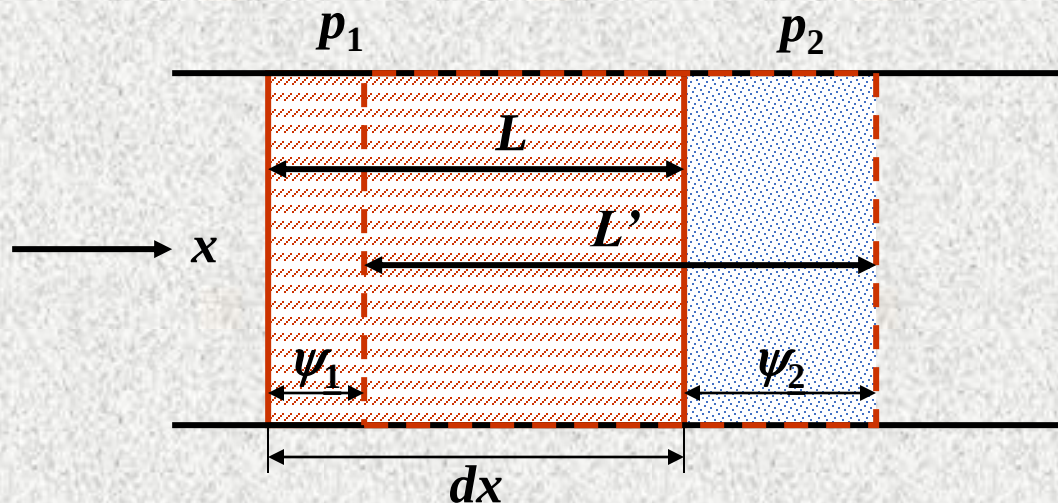
nowe oznaczenia

$$T \sim S$$





We wszystkich ośrodkach sprężystych mogą propagować się fale akustyczne (mechaniczne).  
Rozpatrzmy pewną objętość płynu (cieczy lub gazu) poddaną podłużnemu zaburzeniu tzn. sprężeniu albo rozprężeniu.



Ruch cząsteczek występuje tylko w kierunku  $x$ . Rozprężanie można opisać równaniem:

$$\frac{L' - L}{L} = \frac{\psi_2 - \psi_1}{dx} = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

Rozprężenie oznacza zmniejszenie gęstości

$$-\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{\partial L}{L} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad / \cdot -\frac{\rho}{\partial x}$$

gradient gęstości

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Zmiana gęstości prowadzi do powstania zmiany ciśnienia.

Dla małych zmian gęstości

$$\Delta p = \frac{dp}{d\rho} \Delta \rho$$

wielkość  $dp/d\rho$  charakteryzuje dany ośrodek (jest stałą materiałową ośrodka) i jest odwrotnie proporcjonalna do iloczynu tzw. współczynnika ściśliwości ośrodka  $\kappa$  oraz gęstości tego ośrodka w stanie niezaburzonym  $\rho_0$

$$\kappa = \frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho}{dp}$$

## Gradient ciśnienia

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{d\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{dp}{d\rho} \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Gradient ciśnienia prowadzi do powstania siły działającej na element objętości w obrębie  $dx$ . Zgodnie z II zasadą dynamiki Newtona można napisać

$$\rho dx \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -(p_2 - p_1) = \frac{\partial p}{\partial x} dx$$

Znak minus jest związany z kierunkiem przyspieszenia, które skierowane jest w stronę mniejszych ciśnień.

W oparciu o te dwa równania otrzymuje się równanie fali akustycznej w płynie

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{dp}{d\rho} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Rozwiązaniem tego równania jest fala w płynie

$$\psi = \psi_0 \sin(\omega t - kx)$$

Prędkość tej fali jest równa

$$v = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \frac{1}{\sqrt{\kappa \rho_0}}$$

Dla gazów można przyjąć z dobrym przybliżeniem, że zaburzenie jest przekazywane adiabatycznie. Licząc prędkość fali akustycznej w gazie można więc skorzystać z równania przemiany adiabatycznej.

$$pV = nRT = \text{const}$$



$$V^{\chi} dp + \chi V^{\chi-1} p dV = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{dV} = -\chi \frac{p}{V}$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \chi \frac{p}{\rho} = \chi \frac{RT}{\mu} \quad \chi = \frac{c_p}{c_v}$$

$$p = \frac{RT}{V_M}$$

$$v = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \frac{RT}{M_M}}$$

| Material                           | Gęstość [kg/m <sup>3</sup> ] | Prędkość [m/s] |
|------------------------------------|------------------------------|----------------|
| Powietrze suche –20 <sup>0</sup> C | 1,396                        | 319            |
| Powietrze suche 0 <sup>0</sup> C   | 1,293                        | 331            |
| Powietrze suche 20 <sup>0</sup> C  | 1,21                         | 344            |
| Powietrze suche 100 <sup>0</sup> C | 0,947                        | 387            |
| Wodór 0 <sup>0</sup> C             | 0,090                        | 1260           |
| Para wod. 130 <sup>0</sup> C       | 0,54                         | 450            |
| Woda 20 <sup>0</sup> C             | 998                          | 1480           |

# Fale sprężyste w ciałach stałych

Prędkość rozchodzenia się fal sprężystych określona jest przez wzór Newtona

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$E$  jest wyznaczanym empirycznie modułem sprężystości (moduł Younga)

Dla fal podłużnych rolę modułu sprężystości pełni zwykle moduł ścisłości  $K$ , zaś dla fali poprzecznej moduł sztywności  $G$ .

Moduł sprężystości równa się z def.

$$E = \frac{F}{s} : \frac{\Delta l}{l} \quad \text{z tego} \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{s}$$

$F$  jest siłą,  $s$  powierzchnią przekroju,  $l$  długością ośrodka, zaś  $\Delta l$  spowodowanym przez falę jego wydłużeniem.

Stosunek  $F/s$  nazywa się naprężeniem i ozn. symbolem  $T$  (ang. słowa tension), zaś stosunek  $\Delta l/l$  nazywany jest odkształceniem (albo deformacją) i ozn. przez  $S$ ; Powyższe równanie można więc przedstawić jako proporcjonalność odkształceń do naprężeń.

$$S = \frac{1}{E} T$$

Twierdzenie o takiej proporcjonalności nazywa się prawem Hooke'a i **obowiązuje tylko dla małych odkształceń.**

Rozważmy propagację fali podłużnej w pręcie o przekroju  $S$  i długości  $l$



W pewnej chwili  $t$  wychylenie w punkcie  $x$  wynosi  $u$  zaś w punkcie  $x+dx$   $u+du$ .

Wychylenie w punkcie  $x$  spowodowane jest naprężeniem  $T$ , a w punkcie  $x+dx$   $T+\Delta T$ .

Pręt na dystansie  $dx$  wydłużył się o  $du$ :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{du}{dx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{stąd} \quad du = \frac{\partial u}{\partial x} dx$$

Z prawa Hook'a:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} T$$



Rozpatrzmy ruch elementu masy pręta zawartej na odcinku pomiędzy  $x$  a  $x+dx$ .  
Element ten ma postać:

$$dm = s \rho dx$$

Po podziałaniu na obydwie strony równania operatorem przyspieszenia:

$$dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = s \rho dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Z II zasady dynamiki Newtona wiadomo, że lewa strona równania jest siłą działającą na element masy  $dm$ .

Z kolei naprężenie to stosunek działającej siły do przekroju. Siłę działającą na element  $dm$  można również przedstawić jako różnicę iloczynów naprężeń i przekrojów na dystansie  $dx$  :

$$F = s(T + dT) - sT = s \left( T + \frac{\partial T}{\partial x} dx \right) - sT = s \frac{\partial T}{\partial x} dx$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \frac{1}{E} T \quad / \cdot \partial x \quad \longrightarrow \quad \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} = \frac{1}{E} \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x}$$

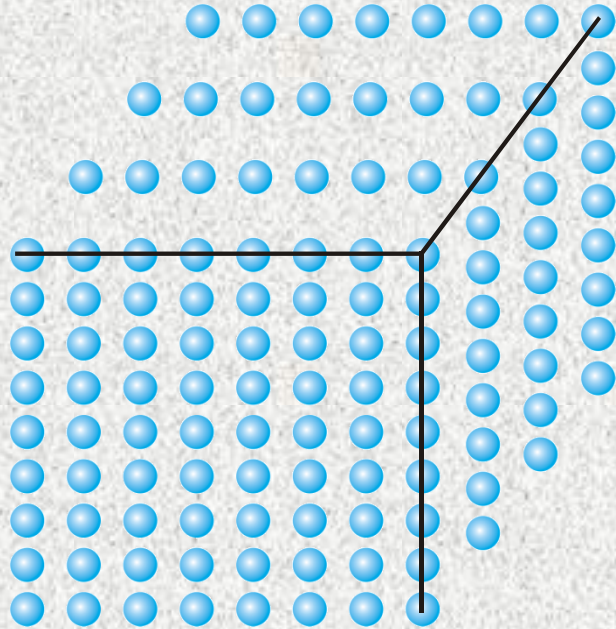
$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}$$

ze wzoru Newtona  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$   $\rightarrow$   $\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2}$

Jest to jednowymiarowe równanie falowe. Łatwo je można uogólnić na przypadek trójwymiarowy:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = v^2 \left( \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial z^2} \right) = v^2 \nabla^2 \mathbf{u}$$

Przedstawione wcześniej prawo Hooke'a  $S = \frac{1}{E} T$  nie rozróżnia kierunków i może być stosowane jedynie dla struktur liniowych.

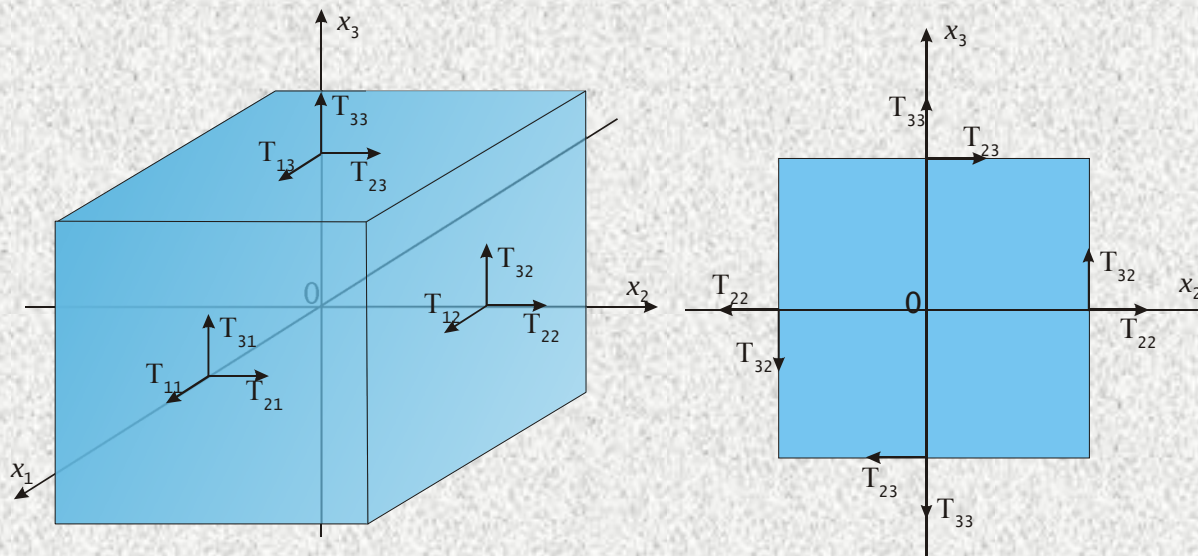


W takim ciele sztywność zależy od kierunku.

Zależność własności fizycznych materiału od kierunku nazywa się **anizotropią**.

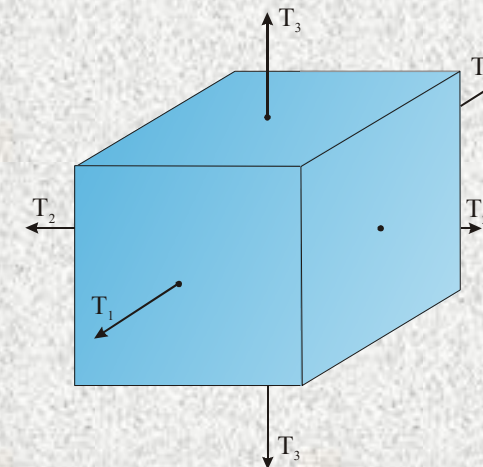
W ciele anizotropowym każdy kierunek należałoby rozpatrywać oddzielnie.

Ok. 1910 r. Wolfgang Voigt wprowadził pojęcie tensora umożliwiające rozpatrywanie wszystkich kierunków jednocześnie.



Sześcian jednostkowy dostatecznie mały aby występujące w nim naprężenia były jednorodne i jego przekrój płaszczyzną prostopadłą do osi  $x_1$  oraz działające nań siły. Naprężenia  $T_{ii}$  są typu ściskającego natomiast  $T_{ij}$  ścinającego. Z symetrii tensora naprężeń wynika możliwość sprowadzenia go do tzw. osi głównych tj. takich, dla których znikają naprężenia typu ścinającego:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix}$$



Zabieg ten sprowadza się do takiego wyboru układu współrzędnych, dla którego krawędzie sześcianu jednostkowego są równoległe do trzech głównych kierunków naprężeń.



Stosując zapis tensorowy, dla ciał anizotropowych prawo Hooke'a można wyrazić następująco

$$T_{ij} = \sum_k \sum_l C_{ijkl} S_{kl}$$

Powszechnie przyjęto umowę o opuszczaniu sumowania po powtarzających się wskaźnikach (tzw. konwencja sumacyjna Einsteina).

$$T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl}$$

$C_{ijkl}$  jest tensorem sztywności (in. stałych sprężystych) i charakteryzuje własności sprężyste ciała anizotropowego we wszystkich kierunkach.

Tensor deformacji  $S_{kl}$  jest symetryczny, co wynika z symetrii ciał:

$$S_{kl} = S_{lk}$$

Co redukuje liczbę jego niezależnych składowych z 9 do 6.

Symetria  $S_{kl}$  implikuje symetrię  $C_{ijkl}$

$$C_{ijkl} = C_{jikl} \quad C_{ijkl} = C_{klij} \quad C_{ijkl} = C_{ijlk}$$

co redukuje liczbę składowych z 81 do 21. Dla kryształów kubicznych (perowskity) liczba niezależnych składowych redukuje się do 3.

Szczególnym przypadkiem są materiały izotropowe (o własnościach niezależnych od kierunku), dla których tensor sztywności redukuje się do dwóch stałych Lamé  $\lambda$  i  $\mu$

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{dla } i = j \\ 0 & \text{dla } i \neq j \end{cases}$$

Prawo Hooke'a nie zależy od czasu ale można go zdynamizować stosując II zasadę dynamiki

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$\text{Z def. naprężeń} \quad F_i = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad \longrightarrow \quad \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad m = \rho V$$

$$T_{ij} = C_{ijkl} S_{kl} \quad S_{ij}(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \longrightarrow \quad T_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \quad T_{ij} = C_{ijkl} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \longrightarrow \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k}$$

Równanie to ma postać równania falowego dla funkcji  $\Psi$ , która ma w ogólności postać fali płaskiej. Każde odkształcenie zmienne w czasie jest więc w ciele stałym źródłem fali.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \Psi$$

laplasjan jest 3D

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3}$$

o ogólnym rozwiązaniu

$$\mathbf{u} = A e^{[ik(l_i x_i - vt)]}$$

Jednorodne fale płaskie tego typu nazywane są falami objętościowymi.

Podstawienie tego rozwiązania do równania falowego pozwala znaleźć prędkości fazowe tych fal.

Są to trzy fale propagujące się w trzech prostopadłych kierunkach: jedna podłużna i dwie poprzeczne (o równych prędkościach propagacji)

$$v_l = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \quad v_t = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}}$$

dla większości ciał

$$v_t \approx 0,63 v_l$$

analogi wzoru Newtona dla ciała anizotropowego

W ciele izotropowym wszystkie kierunki są równoważne

oznaczmy  $C_{1111} = \lambda + 2\mu, C_{1122} = \lambda, C_{2323} = \mu$

albo wykorzystując umowę o skróconym zapisie  $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 13 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6$

$$C_{11} = \lambda + 2\mu, C_{12} = \lambda, C_{44} = \mu$$

po wprowadzeniu stałych Lamé do równania falowego w miejsce  $\hat{\mathbf{C}}$  i rozpisaniu równania na składowe otrzymamy:

$$\begin{aligned}\rho_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1 \partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1 \partial x_i} \\ \rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2 \partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2 \partial x_i} \\ \rho_0 \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3 \partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3 \partial x_i}\end{aligned}$$



w zapisie wektorowym  $\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad div } \mathbf{u} + \mu \nabla^2 \mathbf{u}$

Jeśli ośrodek jest nieściśliwy (brak zmian objętości)  $\text{div } \mathbf{u} = 0$  to równanie redukuje się do postaci równania fal poprzecznych

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} \qquad v_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_0}}$$

Jeśli ośrodek jest bezwrotny  $\text{rot } \mathbf{u} = 0$  to równanie redukuje się do postaci równania fal podłużnych

$$\text{grad div } \mathbf{u} = \nabla^2 \mathbf{u} \quad \text{rot rot } \mathbf{u} = \left|_{\text{rot } \mathbf{u} = 0} \nabla^2 \mathbf{u}\right.$$

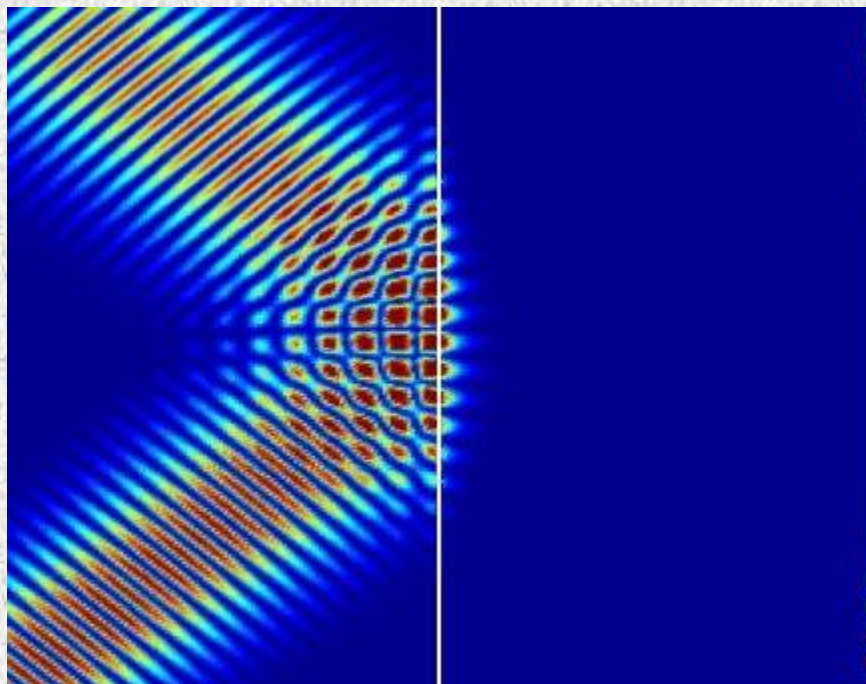
$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \mathbf{u} \qquad v_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}}$$

Są to fale czysto poprzeczne i czysto podłużne. W ciałach anizotropowych przemieszczenia cząstek medium nie są na ogół prostopadłe ani równoległe do kierunku propagacji fali (czyste).

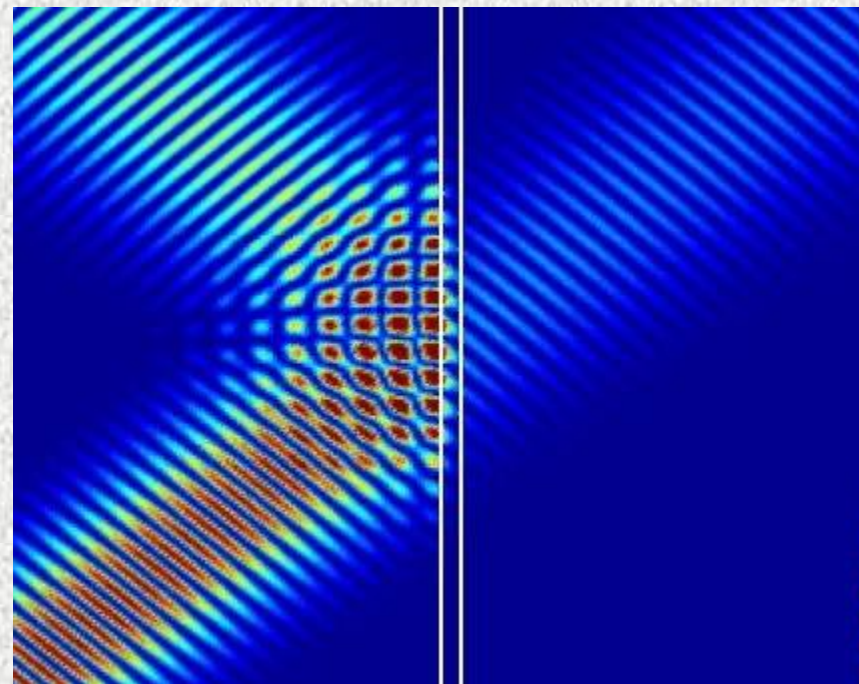


Dopasowanie  
akustyczne

Odbicie fali jest efektem jej autointerferencji



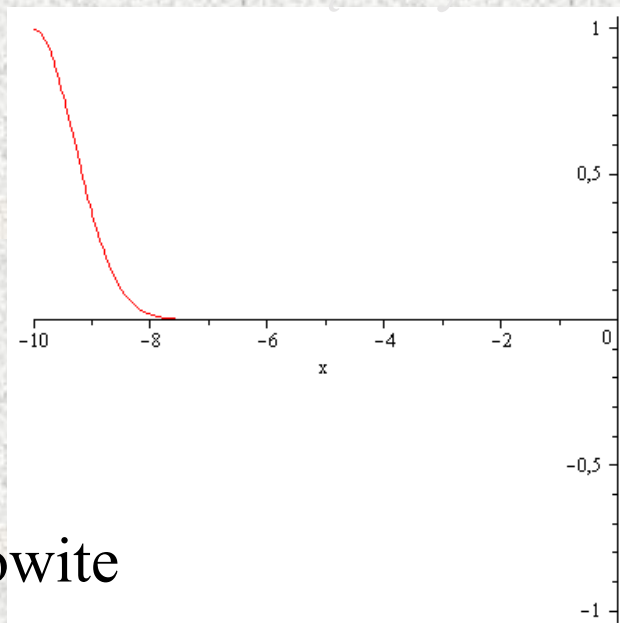
Odbicie całkowite



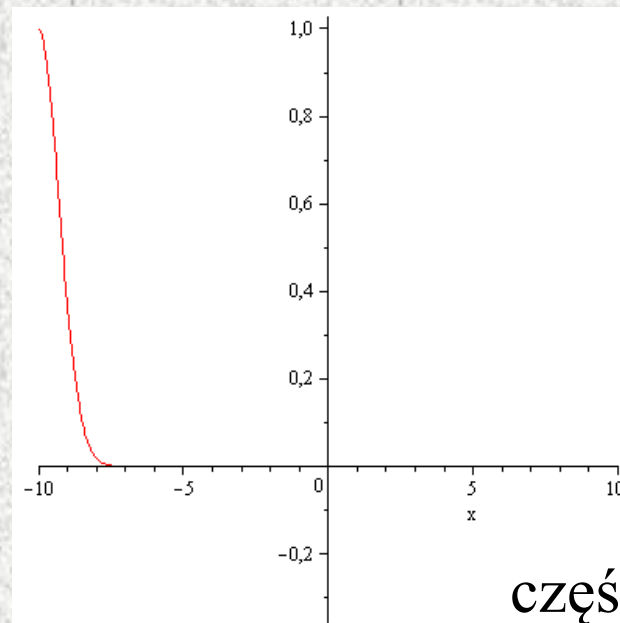
Odbicie częściowe



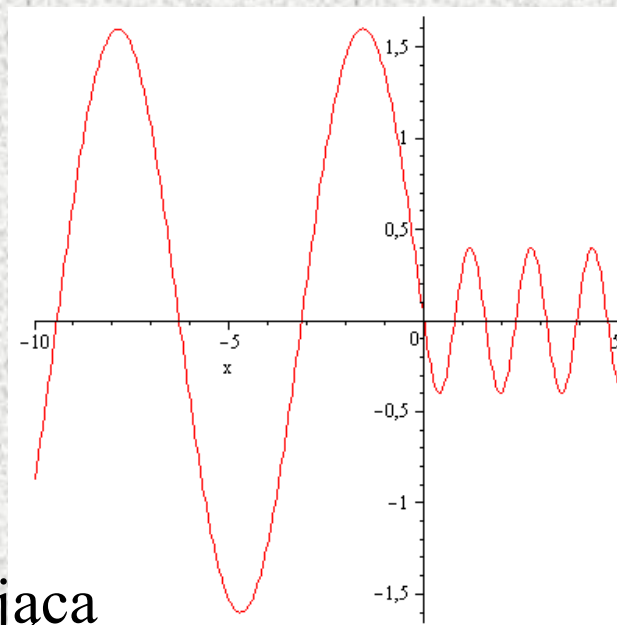
# Widoczne zmienniki



całkowite



częściowe



niezupełna fala stojąca



# Akustyczna impedancja ośrodka

Szukamy fali płaskiej  $A(x, t) = A_0 \sin(\omega t - kx)$  spełniającej równanie  $\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$

co pozwala wyznaczyć czasowy oraz przestrzenny rozkład ciśnień i prędkości

$$p = \rho_0 v v_0 \cos(\omega t - kx) \quad v = \frac{\partial A}{\partial t} = v_0 \cos(\omega t - kx)$$

stosunek tych dwóch wielkości nazywany jest akustycznym Ohmem

$$Z_0 = \frac{p}{v} = \frac{\rho_0 v v_0 \cos(\omega t - kx)}{v_0 \cos(\omega t - kx)} = \rho_0 v \left[ \frac{\text{Ns}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right] = [\text{rayl}]$$

Im większa prędkość przy mniejszym ciśnieniu tym „opór” ośrodka jest mniejszy

dla powietrza  $Z_0 = 413 [\text{rayl}]$  przy  $20^\circ\text{C}$   $Z_0 = 410 [\text{rayl}]$  przy  $25^\circ\text{C}$

# Zjawisko odbicia jest efektem niedopasowania impedancyjnego

Współczynnik odbicia na granicy ośrodków

$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$\Gamma_{\text{żelazo/powietrze}} \approx \frac{25 \cdot 10^6 - 410}{25 \cdot 10^6 + 410} \approx -0,9999672$$

$$\Gamma_{\text{woda/powietrze}} \approx 1$$

$$\Gamma_{\text{powietrze/wata celulozowa}} \approx 0$$

[Mrayl]

|                 |        |
|-----------------|--------|
| aluminum        | 8,170  |
| kadm            | 12,950 |
| miedź           | 20,210 |
| gal             | 14,890 |
| iryd            | 68,450 |
| żelazo          | 25,300 |
| ołów            | 7,810  |
| siarczek ołowiu | 15,600 |
| lit             | 1,500  |
| niobian litu    | 19,071 |
| molibden        | 34,360 |
| nikiel          | 26,680 |
| niob            | 17,910 |
| pallad          | 24,730 |
| platyna         | 36,040 |
| potas           | 0,867  |
| srebro          | 16,690 |
| siarka          | 3,860  |
| tantal          | 33,700 |
| uran            | 37,100 |

Słuszność tej zależności można uzasadnić korzystając jednocześnie z zasad zachowania pędu i energii

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

$u_i$  – prędkości cząstek przed zderzeniem

$v_i$  – prędkości cząstek po zderzeniu

$$v_1 = \frac{u_1(m_1 - m_2) + 2m_2 u_2}{m_1 + m_2} \quad v_2 = \frac{u_2(m_2 - m_1) + 2m_1 u_1}{m_1 + m_2}$$

Jeśli zderzenie następuje z nieruchomą przeszkodą  $u_2 = 0$

$$\begin{array}{ll} \text{prędkość fali odbitej} & v_1 = \frac{u_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \\ \text{prędkość fali przechodzącej} & v_2 = \frac{2m_1 u_1}{m_1 + m_2} \\ \text{(transmitowanej)} & \end{array}$$

Końcowa prędkość cząstki odbitej od przeszkody  
o nieskończenie wielkiej masie

$$v_R = \lim_{m_2 \rightarrow \infty} \frac{u_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} = \lim_{m_2 \rightarrow \infty} \frac{u_1 \left( \frac{m_1}{m_2} - 1 \right)}{\frac{m_1}{m_2} + 1} = -u_1$$

prędkościowy współczynnik odbicia

$$\Gamma = \frac{v_1}{u_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}$$



## Odbicie w rurze

masa ośrodka w rurze o przekroju  $S$  na grubości  $\Delta x$

$$m_i = \rho_i S \Delta x = \rho_i S v_i \Delta t$$

$$\Gamma = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = \frac{\rho_1 S v_1 \Delta t - \rho_2 S v_2 \Delta t}{\rho_1 S v_1 \Delta t + \rho_2 S v_2 \Delta t} = \frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2}$$

ostatecznie

$$\Gamma = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

# Tuba akustyczna (megafon – Grecy 6 000 B.C.)

*ang. bryt. **loudhailer**, ang. am. **bullhorn***

Transformator przekształcający duże ciśnienie i małe prędkości objętościowe u wlotu w małe ciśnienie i duże prędkości objętościowe u wylotu tuby



Zadaniem tuby jest poprawa dopasowania impedancji źródła do impedancji otoczenia oraz ukierunkowanie energii fal

## Równanie fali w tubie

$$v^2 \frac{\partial}{\partial x^2} \xi(x, t) + m \frac{\partial}{\partial x} \xi(x, t) - \frac{\partial^2}{\partial t} \xi(x, t) = 0$$

$m$  – wsp. kształtu tuby

Zakłada się rozwiązanie w postaci

$$\xi(x, t) = A(x)e^{j\omega t} \quad \text{gdzie} \quad A(x) = e^{-j\gamma x}$$

Równanie charakterystyczne

$$-\gamma^2 - j\gamma m + \frac{\omega^2}{v^2} = 0$$

$$\gamma_{1,2} = \frac{-jmv \pm \sqrt{4\omega^2 - m^2v^2}}{2v} = \pm(-\beta + j\alpha)$$

stała fazowa      tłumienie

Rozwiązanie ma postać

$$\xi(x,t) = \left[ C_1 e^{(-\alpha - j\beta)x} + C_2 e^{(-\alpha + j\beta)x} \right] e^{j\omega t}$$

gdzie:

$$\alpha = \frac{m}{2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{4\omega^2 + m^2v^2}}{2v}$$

<

Trzy przypadki:

$$4\omega^2 + m^2v^2 = 0$$

>



$$4\omega^2 + m^2 v^2 < 0$$

$\beta$  jest urojona – silne tłumienie brak propagacji fali w tubie

$$4\omega^2 + m^2 v^2 > 0$$

$\beta$  jest rzeczywista – możliwa propagacja fali w tubie

Przypadek graniczny  $4\omega^2 + m^2 v^2 = 0$  pozwala wyznaczyć

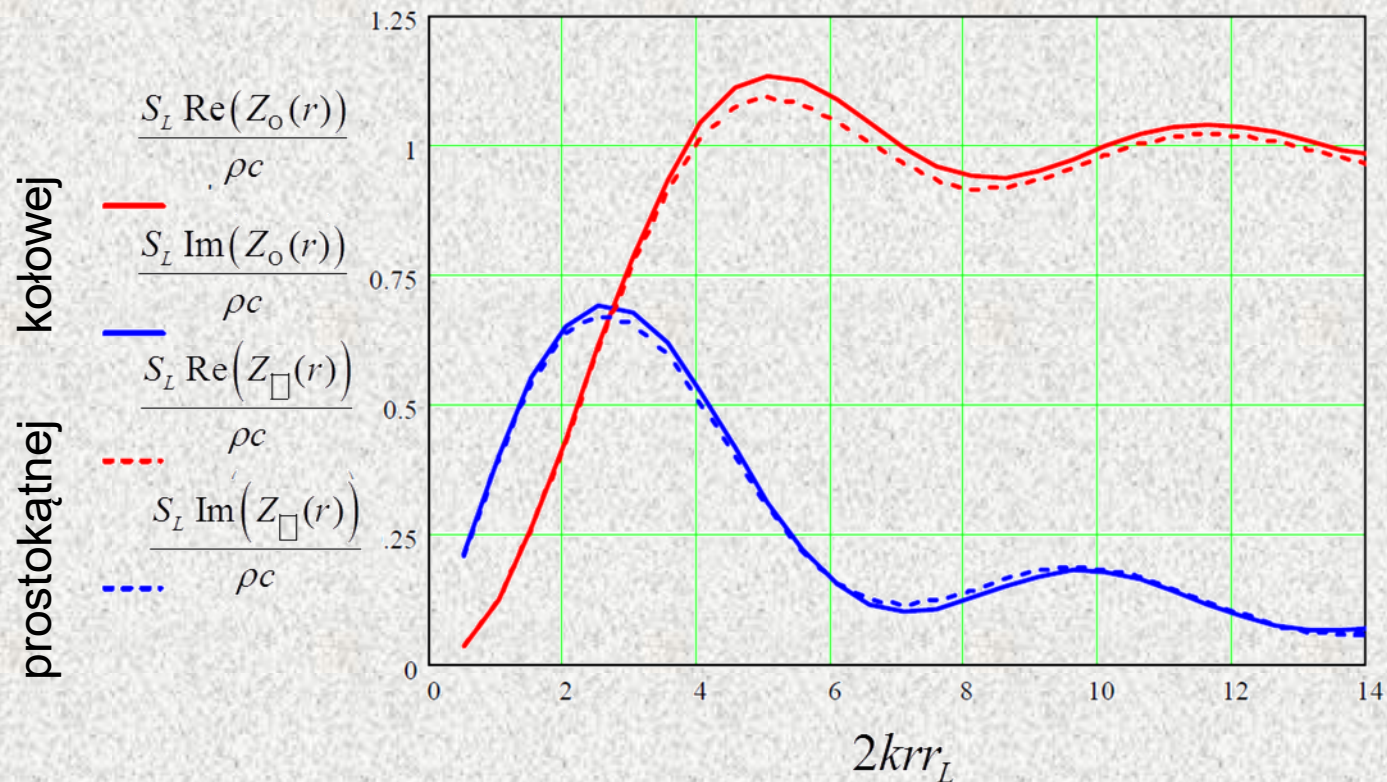
częstotliwość graniczną  $f_g = \frac{mv}{4\pi}$  oraz powierzchnię wylotu tuby

eksponencjalnej o kształcie  $S(x) = S_0 e^{mx}$   $S_0 = S(0)$

Po uwzględnieniu wyrażenia na częstotliwość graniczną

$$S(x) = S_0 \exp\left(\frac{4\pi f_g}{v} x\right)$$

Impedancja akustyczna tuby:  $Z(r) = \frac{p(r,t)}{u(r,t)} = \frac{j\rho vkr}{1 + jkr}$ ,  $k = \frac{\omega}{v}$



Dla małych wartości  $2 k r_L$  część urojona impedancji akustycznej jest wysoka z powodu obciążenia masowego działającego ze strony powietrza u wylotu tuby – fale są w większości odbijane od zakończenia tuby

W miarę wzrostu  $2 k r_L$  rośnie też część rzeczywista impedancji i wzrasta współczynnik transmisji do otoczenia.

Część rzeczywista tłumi fale stojące w tubie. Warunek na wartość częstotliwości, przy której fale akustyczne zaczynają być efektywnie promieniowane na zewnątrz odpowiada sytuacji, w której

$$2kr_L = 2$$

Przy częstotliwości spełniającej ten warunek poziom ciśnienia dźwięku generowany przez część rzeczywistą impedancji spada o 6 dB poniżej maksimum

$$\frac{S_L \operatorname{Re}(Z(r))}{\rho v} = 0,5 \rightarrow 20 \log(0,5) = -6 \text{ [dB]}$$

Formulae for the calculation of the length of the tubes in the horn

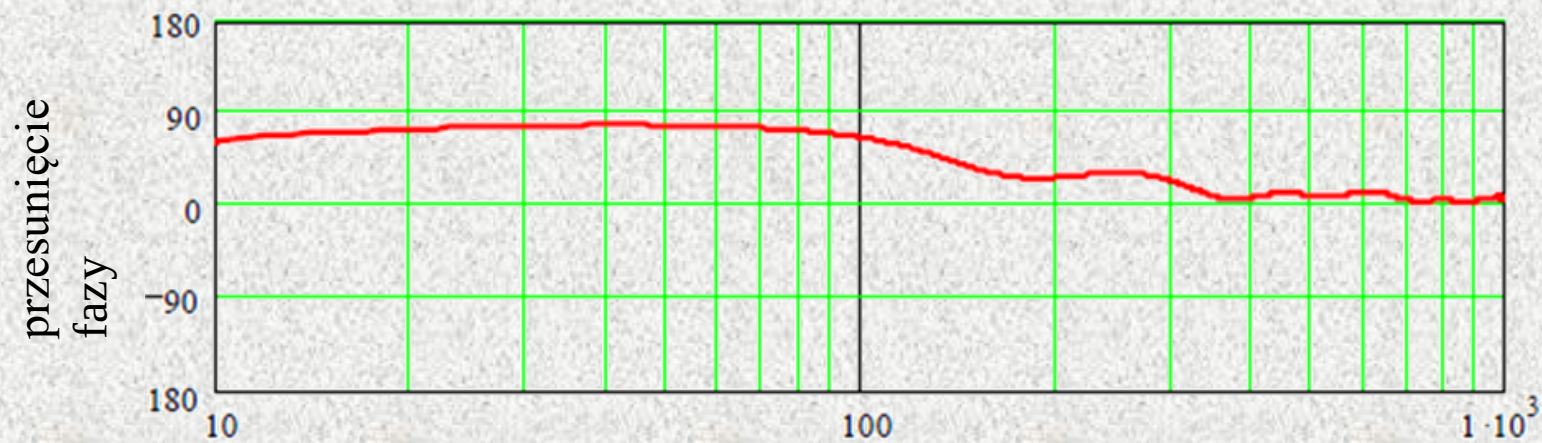
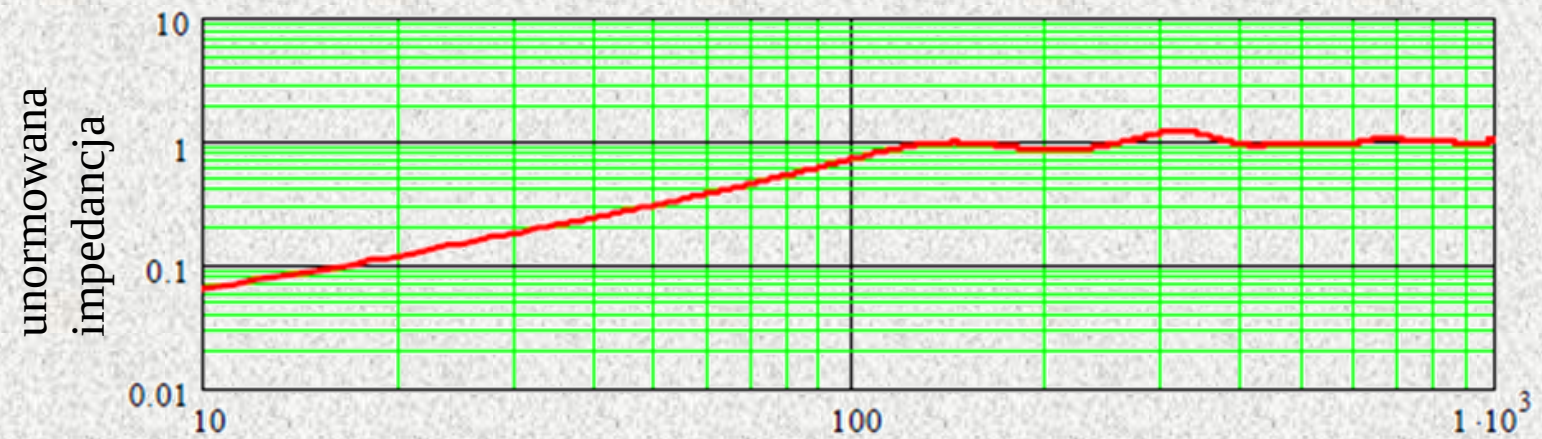
$$S_L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{v}{2f_c} \right)^2$$

$$m = 3,65 \left[ \text{m}^{-1} \right] \quad S_L = 0,94 \left[ \text{m}^2 \right]$$

| Tuba nr | $S_0$ | $S_L/S_0$ | $L$  |
|---------|-------|-----------|------|
| 1       | 0,19  | 5         | 0,44 |
| 2       | 0,09  | 10        | 0,63 |
| 3       | 0,05  | 20        | 0,82 |
| 4       | 0,02  | 40        | 1,01 |

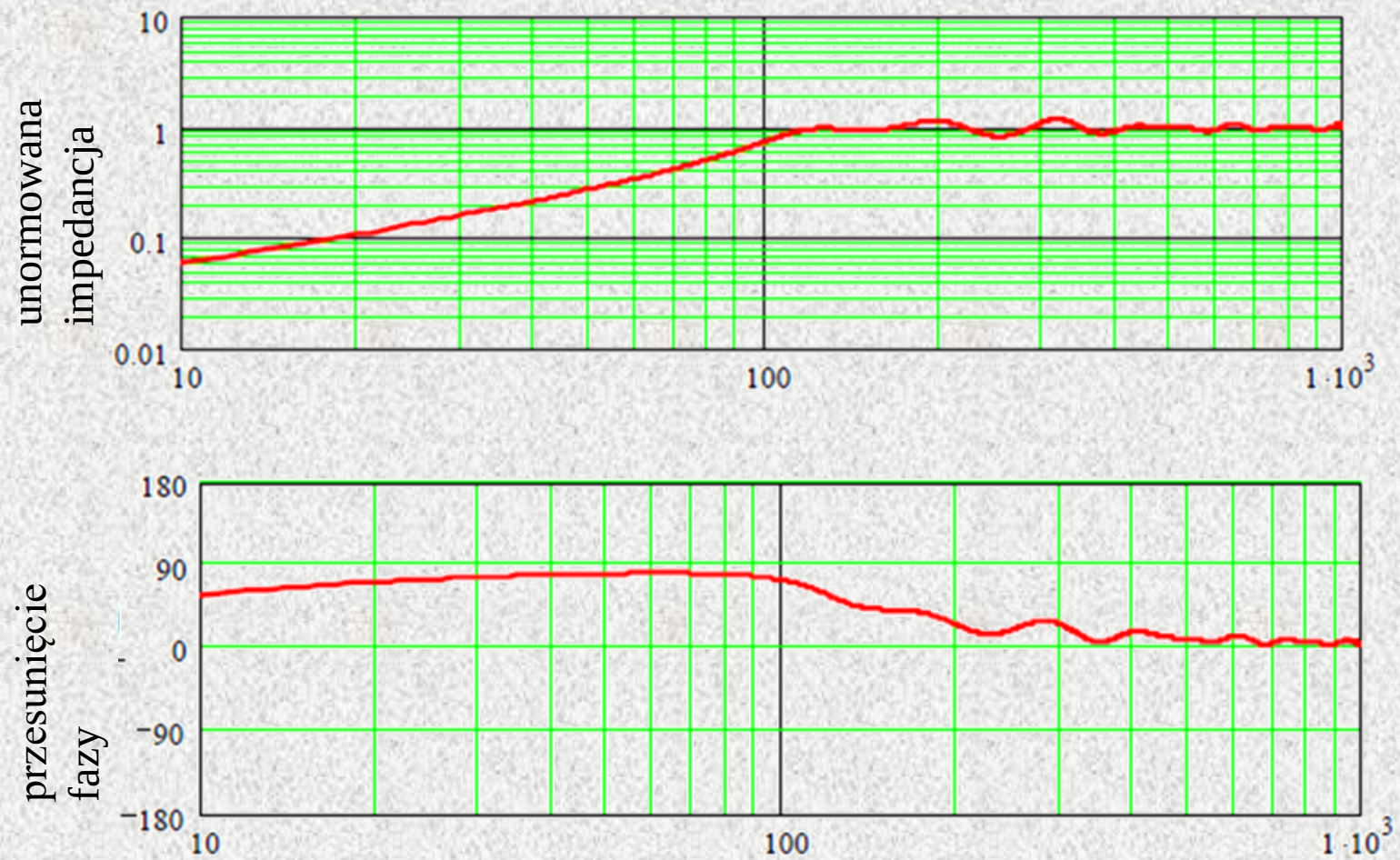


| Tuba nr | $S_0$ | $S_L/S_0$ | $L$  |
|---------|-------|-----------|------|
| 1       | 0,19  | 5         | 0,44 |



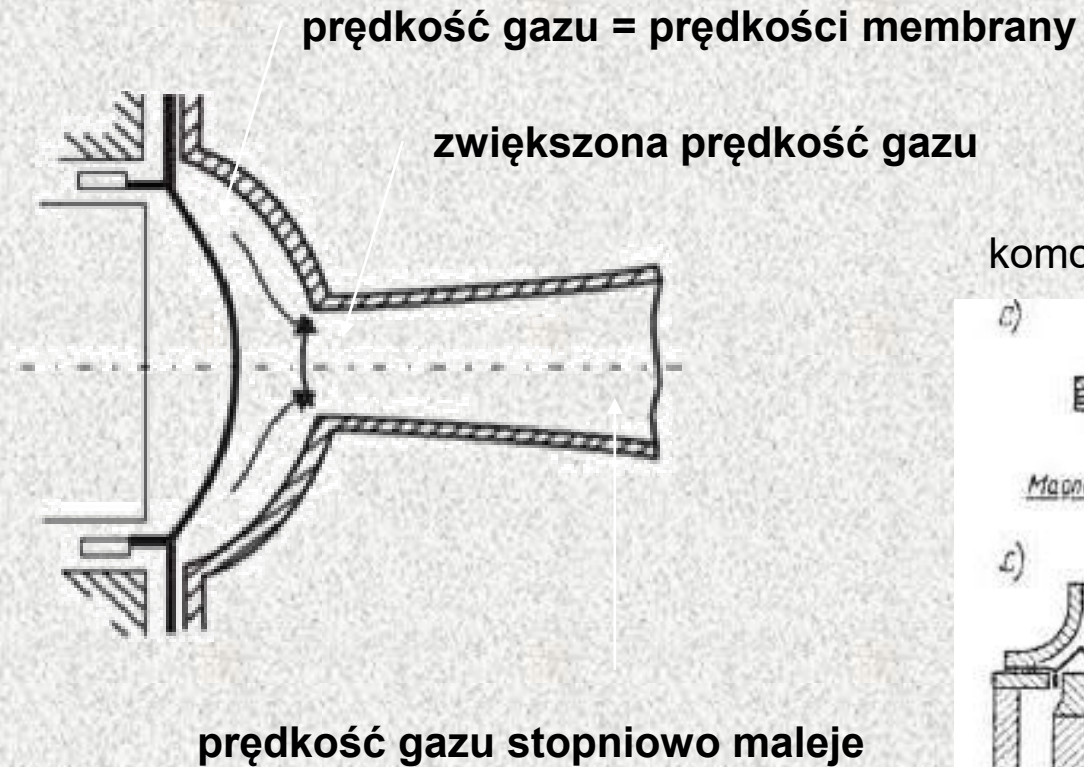
częstotliwość

| Tuba nr | $S_0$ | $S_L/S_0$ | $L$  |
|---------|-------|-----------|------|
| 4       | 0,024 | 40        | 1,01 |

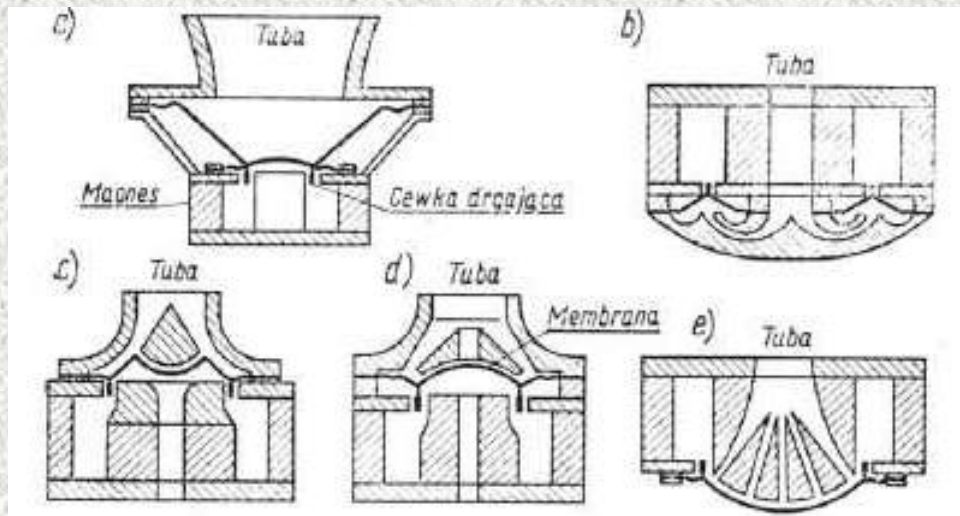


częstotliwość

prędkość gazu w komorze sprzęgającej i tubie



komory sprzęgające mogą mieć różne kształty

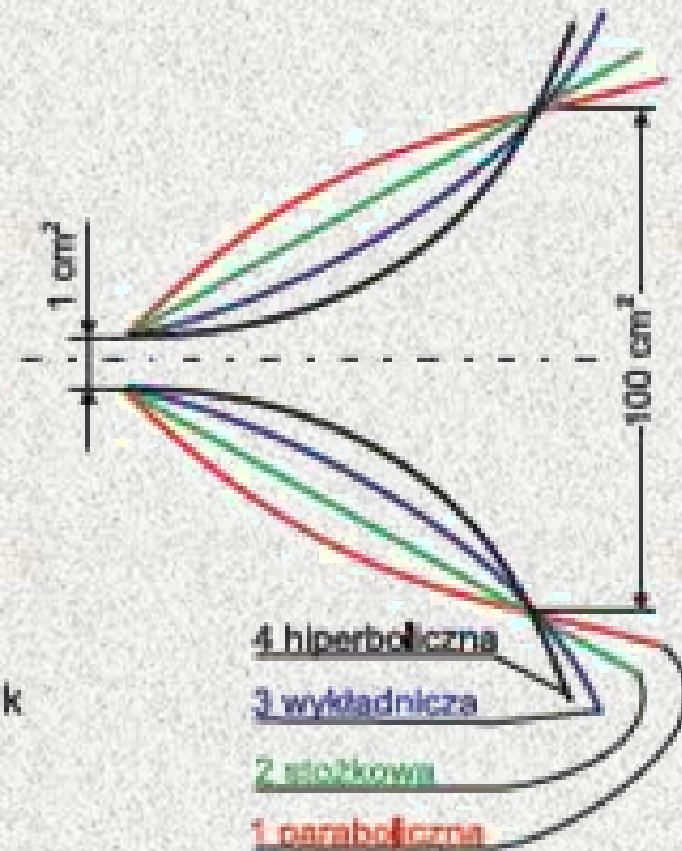
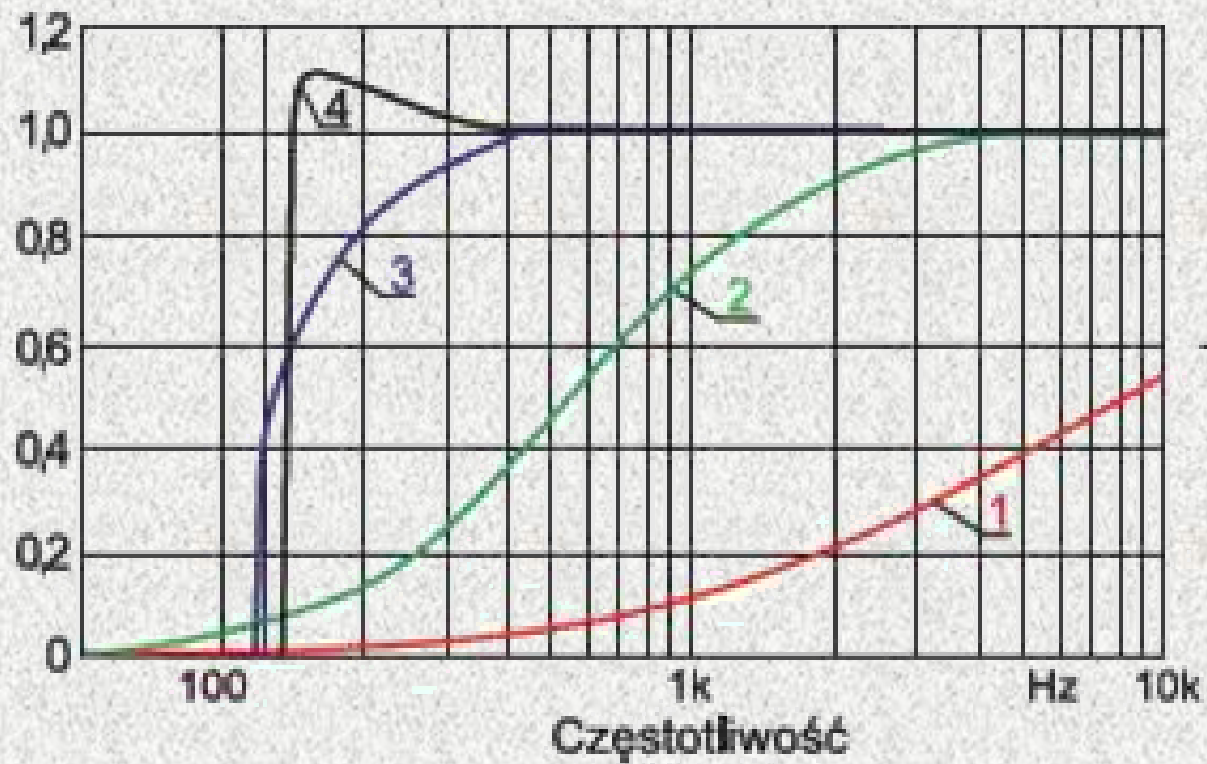


Całą objętość (masa) gazu zamkniętego w komorze sprzęgającej musi przedostać się przez rurę o dużo mniejszym przekroju – zwiększenie prędkości (oraz ciśnienia)



# Impedancja falowa tub u wylotu

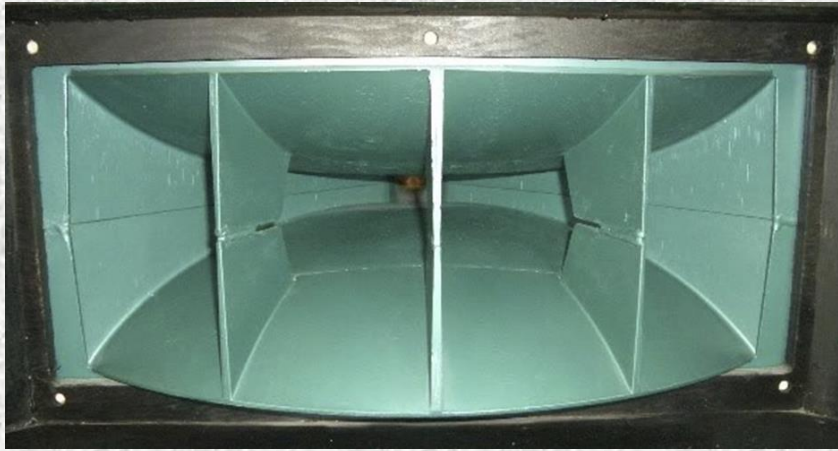
unormowana do impedancji falowej powietrza





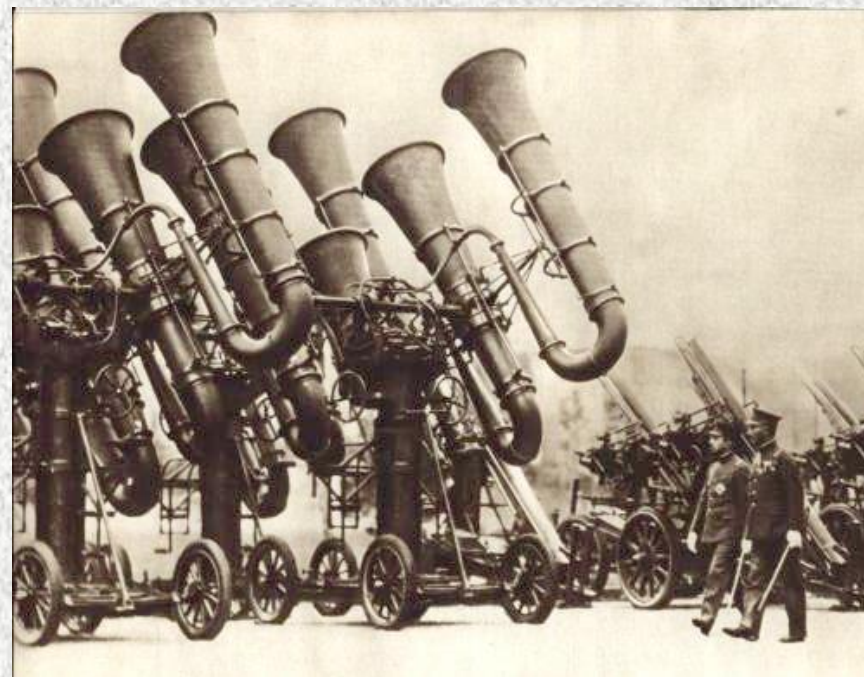




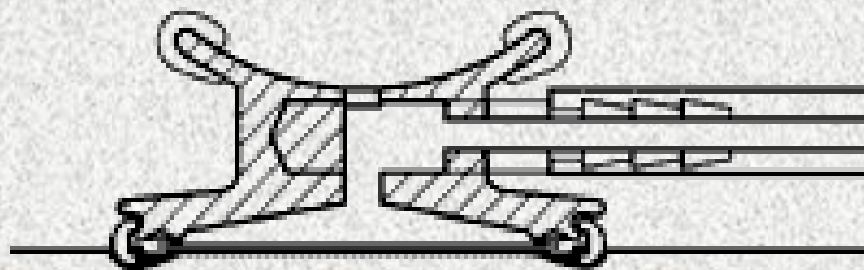




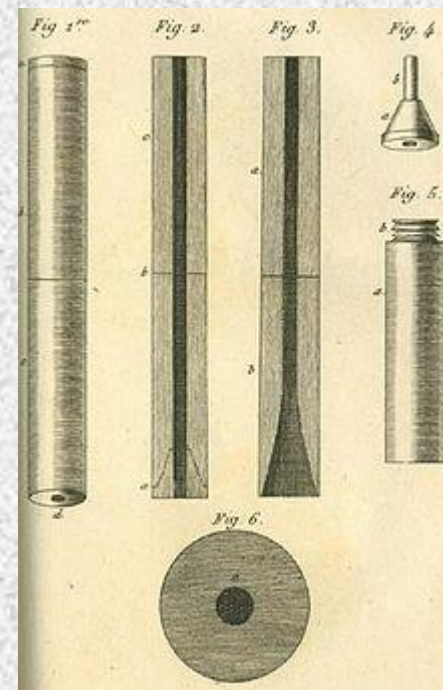
# Tuba jest odwracalna



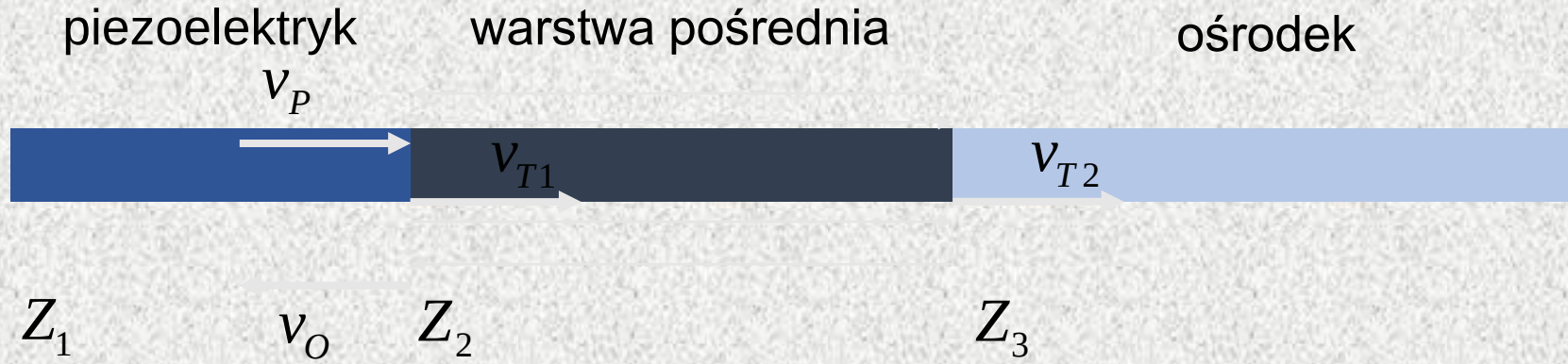
# Stetoskop (fonendoskop) στήθος – wewnętrzne σκοπή - oglądać



René Laennec 1816







$$v_{T1} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} v_P \quad v_O = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} v_P$$

dla grubości warstwy równej  $\lambda/4$

$$T_1 T_2 \sum_{n=0}^{\infty} (O_1 O_2)^n = \frac{T_1 T_2}{1 - O_1 O_2} \quad O_1 O_2 < 1$$

$$T_1 = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad T_2 = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_3} \quad O_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad O_2 = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 + Z_2}$$

współczynnik transmisji energii

$$\gamma_T = \frac{T_1 T_2}{1 - O_1 O_2} \frac{Z_3}{Z_1}$$

osiąga maksimum przy

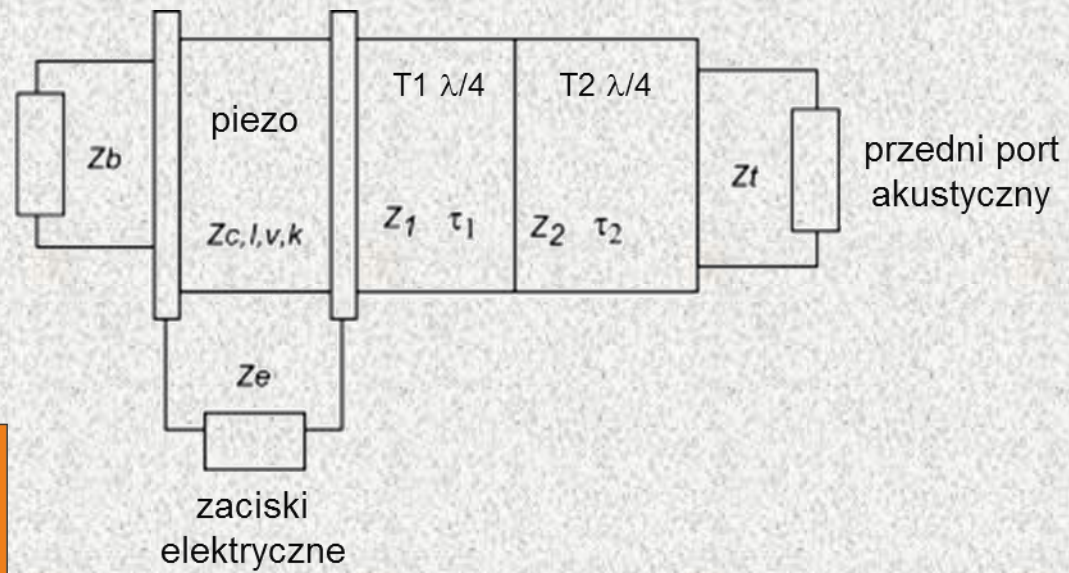
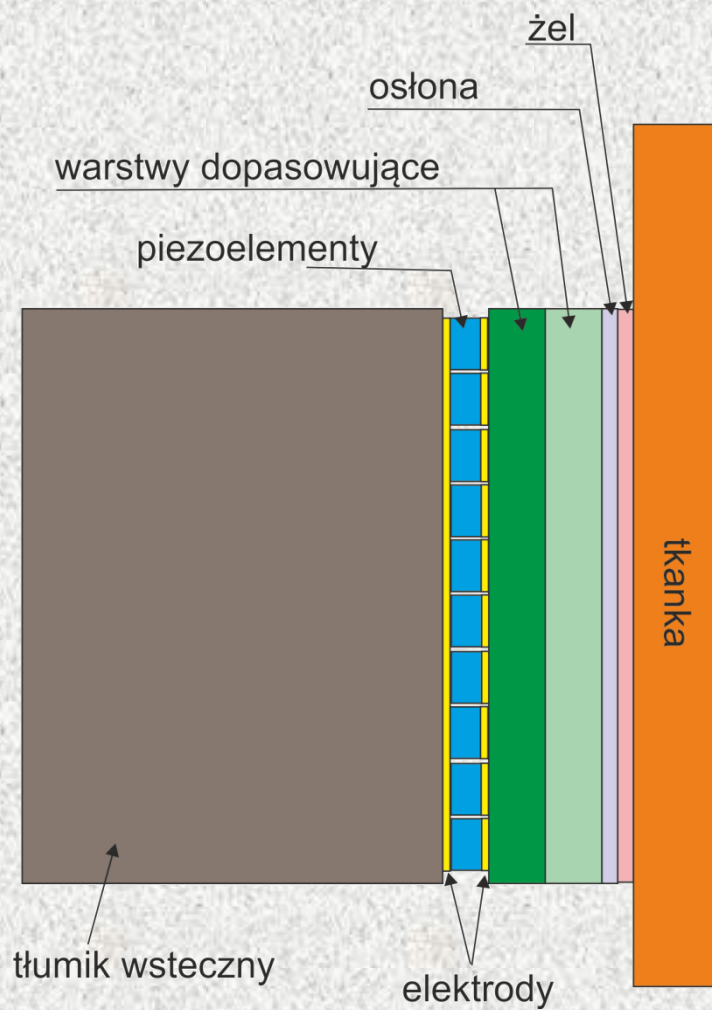
$$\gamma_T \big|_{\max} \rightarrow Z_2 = \sqrt{Z_1 Z_3}$$

**Warstwa taka jest nazywana transformatorem ćwierćfalowym**

Wyrażenie to można uogólnić na  $n$  warstw;  $i$  - ta warstwa będzie miała impedancję:

$$Z_T^{(i)} = \sqrt[n+1]{Z_{we}^{n-j+1} Z_{wy}^j}$$

## Układ dwustopniowy



dla piezoelektryka

$$Z_p \approx 35 \text{ [Mrayl]}$$

dla powietrza przy 25 °C

$$Z_A \approx 410 \text{ [rayl]}$$

$$Z_T \approx \sqrt{410 \cdot 35} = 0,12 \text{ [Mrayl]}$$

polieterosulfon 0,13

nylon 0,16

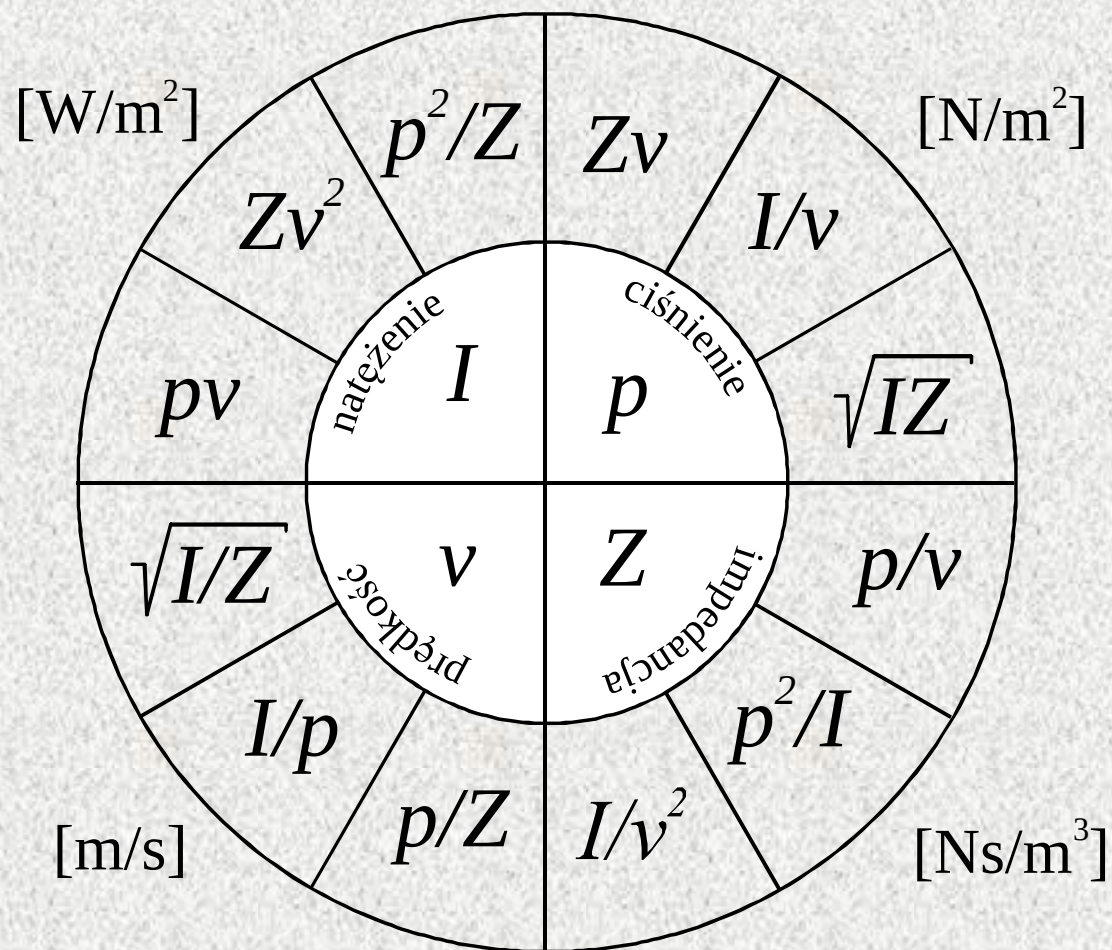
polipropylen 0,08

mieszanka estrów celulozy 0,15

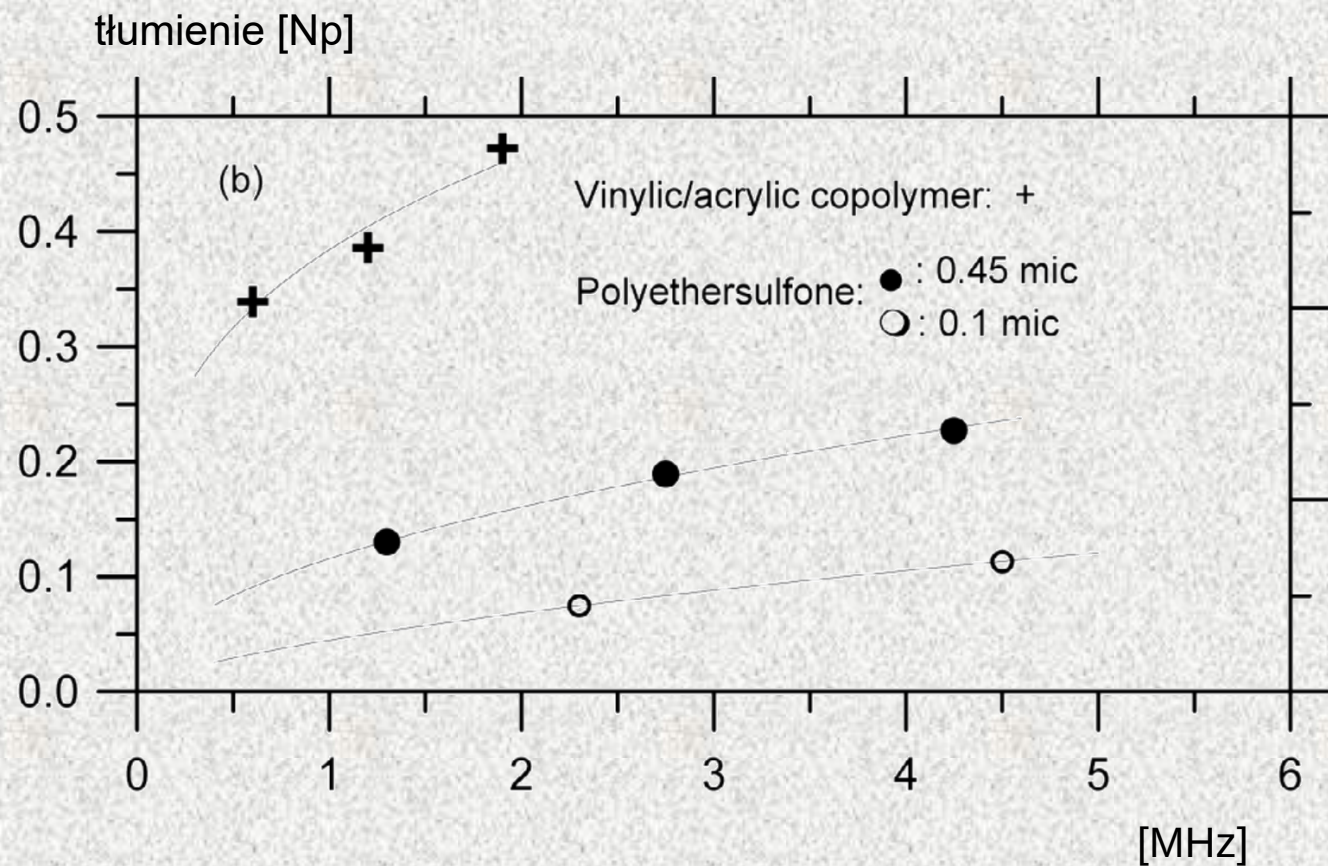
impedancja akustyczna zależy od struktury danego polimeru



# Związki pomiędzy wielkościami akustycznymi



# Dobór warstwy sprzęgającej nie jest łatwy różne ośrodki wprowadzają różne tłumienie



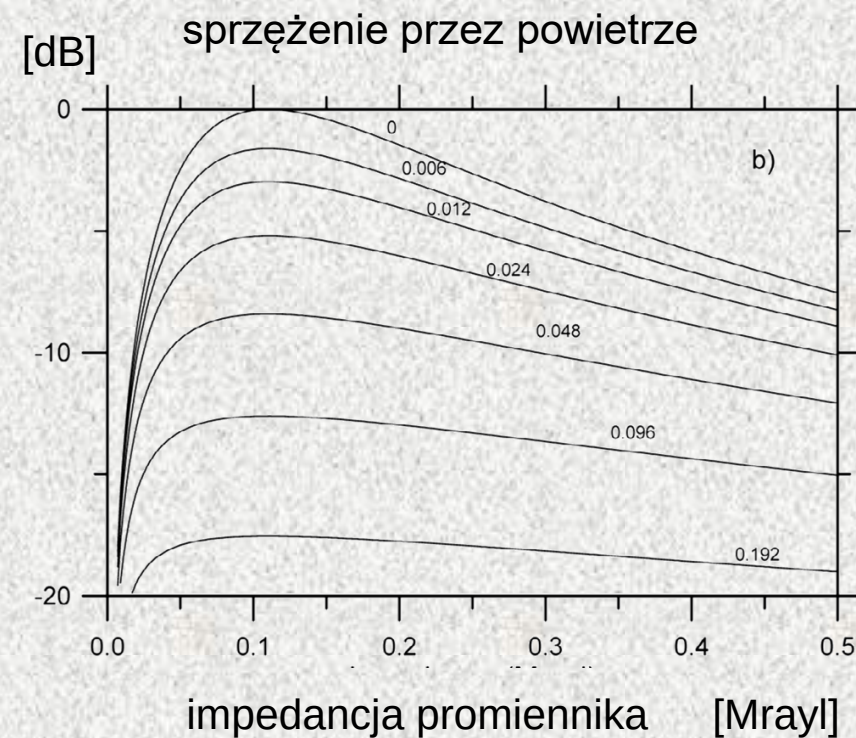
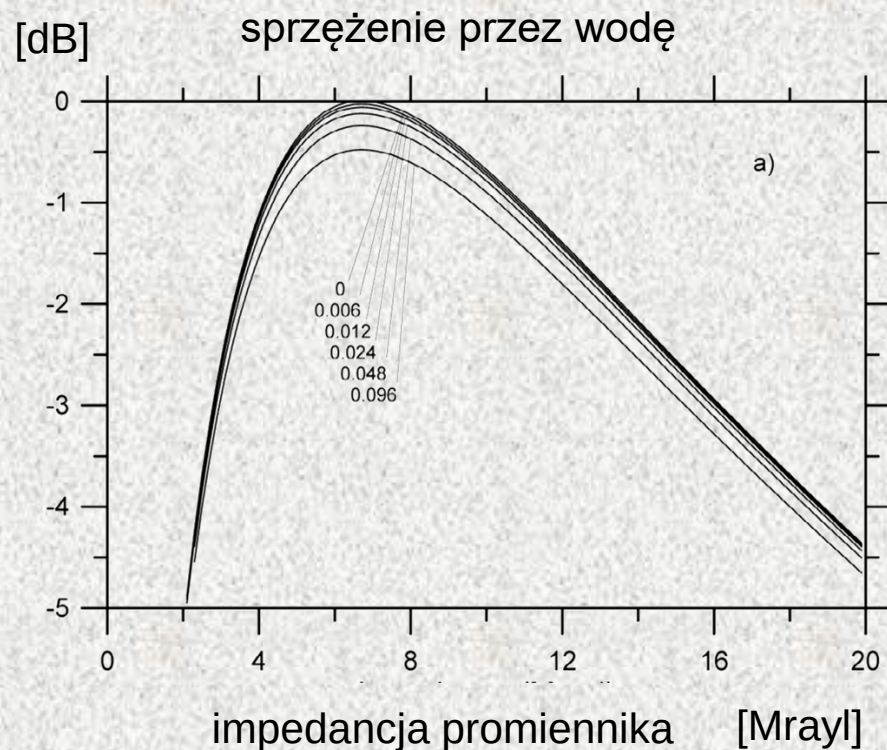
przykład doboru impedancji warstw

|               | Z [MRayl] |
|---------------|-----------|
| PZT           | 30        |
| 1 warstwa     | 14        |
| 2 warstwa     | 8         |
| 3 warstwa     | 3         |
| 4 warstwa     | 2         |
| tkanka miękka | 1,5       |

Warstwa musi być dobrana bardzo starannie, szczególnie gdy przetwornik pełni także rolę detektora

1 Np = 8,6860000037 dB      1 dB = 0,1151277918 Np

## Tłumienie można radykalnie zmniejszyć poprzez zastosowanie dodatkowej warstwy sprzęgającej



**Żele sprzęgające zawierają zwykle ok. 80 % wody oraz dodatki takie jak glikol propylenowy, glicerynę, polimery akrylowe, krzemowe i in.**



## Żele USG

Najczęściej jest to wodny roztwór glikolu polipropylenowego, ale zdarzają się inne mieszanki

### TENOMAG

woda 170 g 85%  
żelatyna 12 g 6%  
kwas metakrylowy 18,2 ml 9%  
cztero- hydroksymetylowy chlorek fosfoniowy 0.28 ml 0.14%  
hydrokinon 0.003 g 0.0015%

### Kompozycja antyalergiczna

woda 500 ml  
chlorek sodu 10 g  
metyloparaben 0,5 g  
żel aloesowy 20 g  
skrobia kukurydziana 50 g





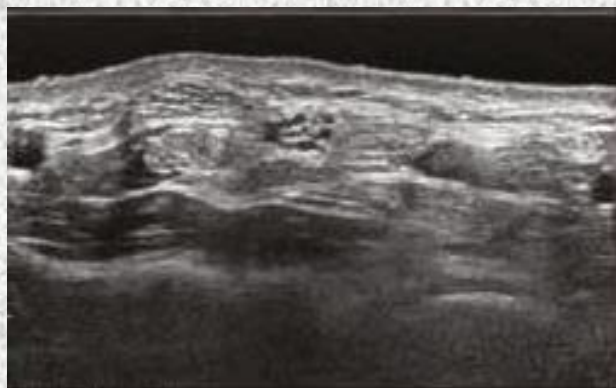


grubość od 3 do 10 mm  
różne rozmiary

tradycyjny żel



hydroaid



**pneumatyczne**

**laserowe**

**piezoelektryczne**

**hydrodynamiczne**

## **Techniczne źródła dźwięków**

**mechaniczne**

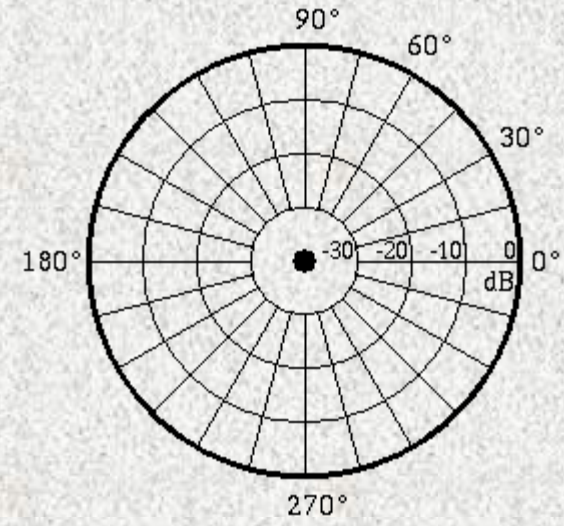
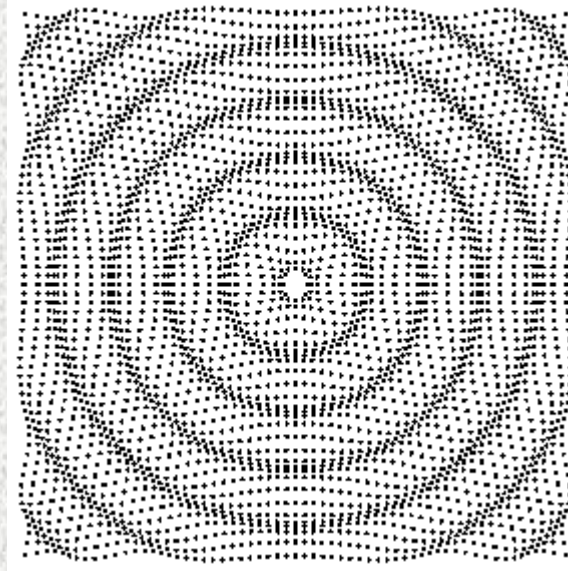
**detonacyjne**

**magnetostrykcyjne**

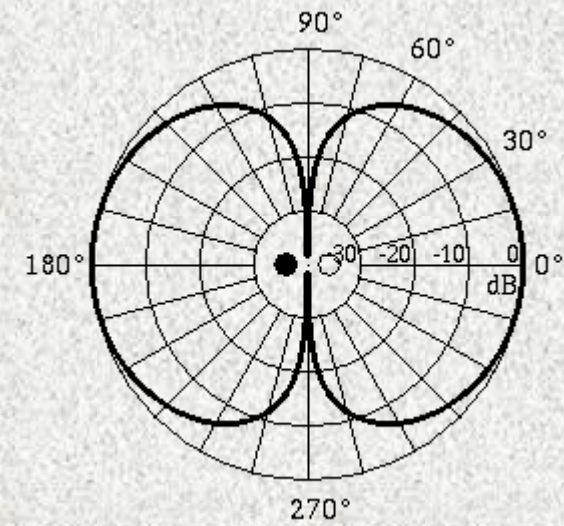
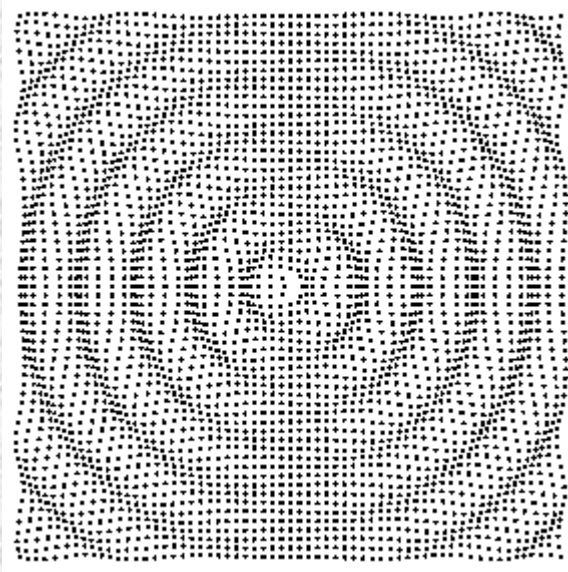
**elektromechaniczne**

**elektrostrykcyjne**

**monopol**

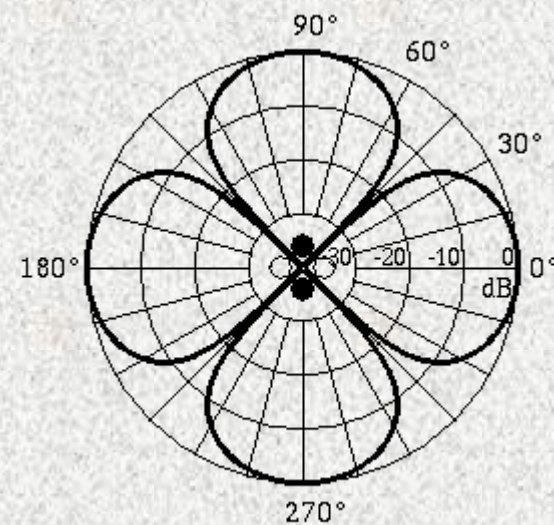
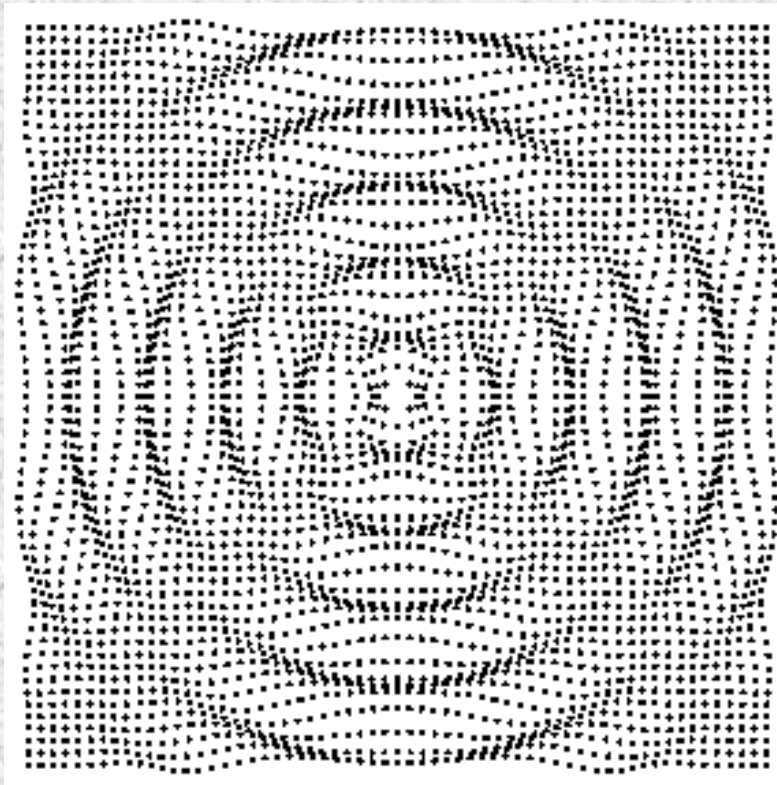


**dipol**



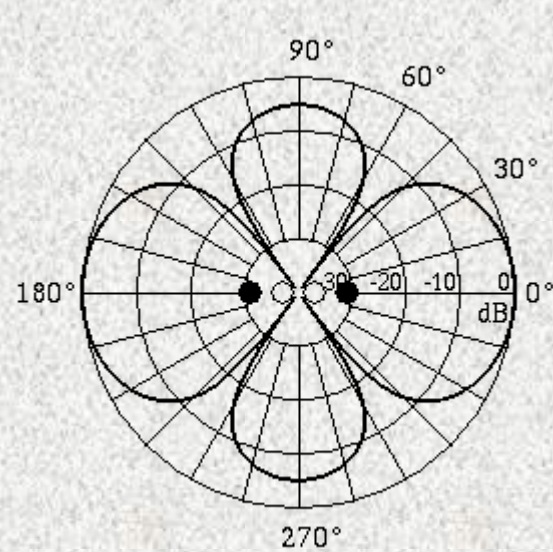
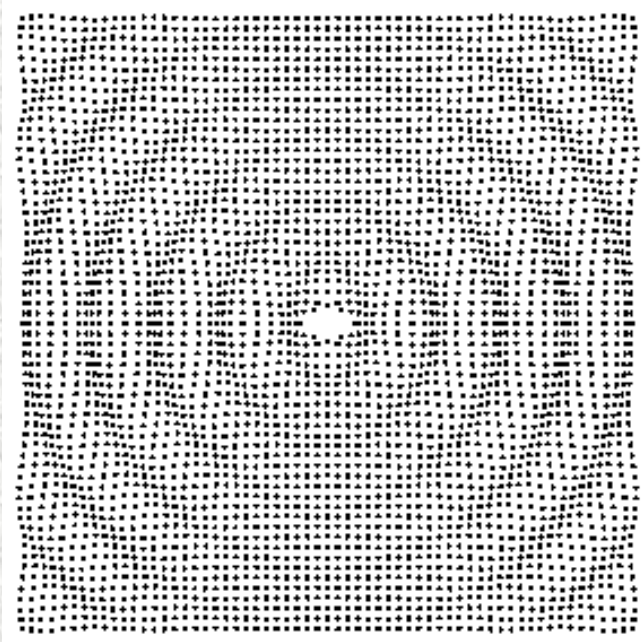


kwadrupol poprzeczny  
układ czterech monopoli o parami przeciwnych fazach  
- monopole ulokowane są w narożach kwadratu

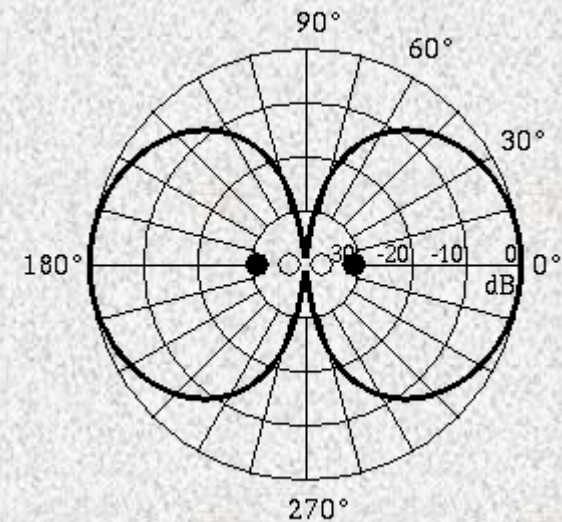




kwadрупол podłużny  
liniowy układ czterech monopoli o parami przeciwnych fazach

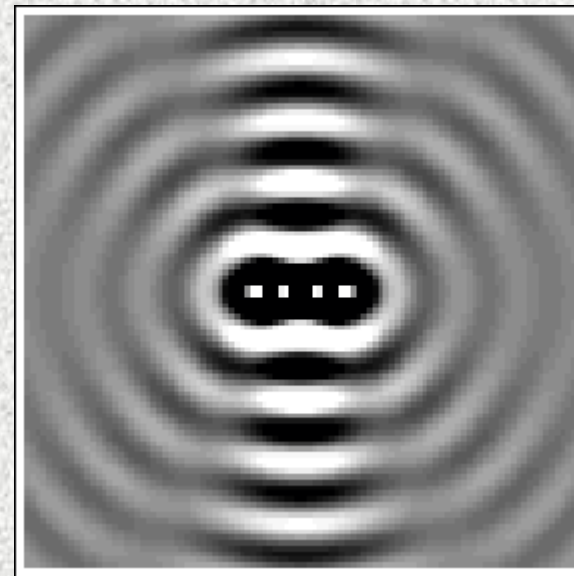
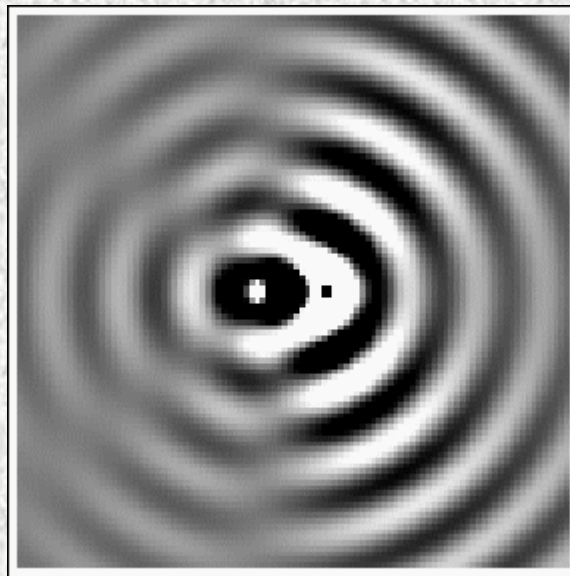
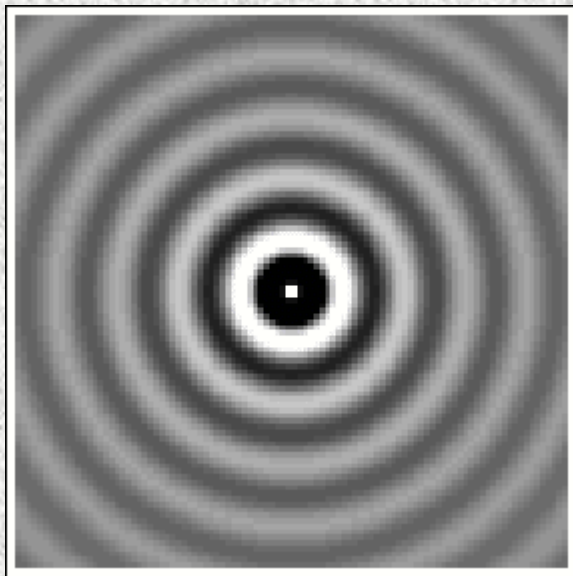


charakterystyka  
w polu bliskim

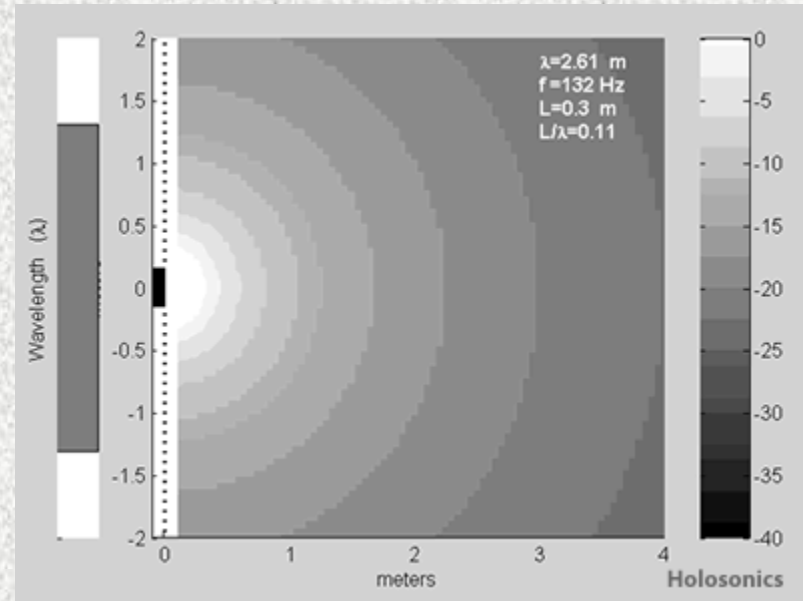


charakterystyka  
w polu dalekim

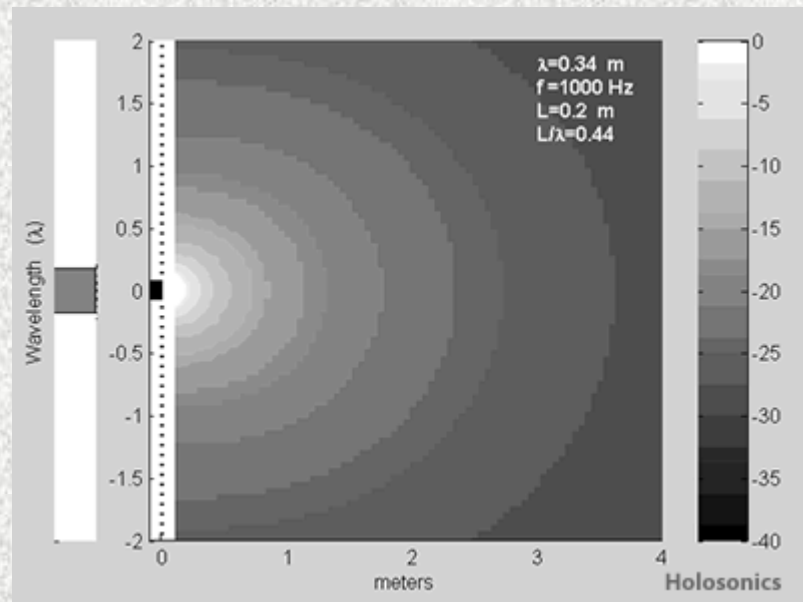
**Każdy układ wielu źródeł posiada określoną charakterystykę**



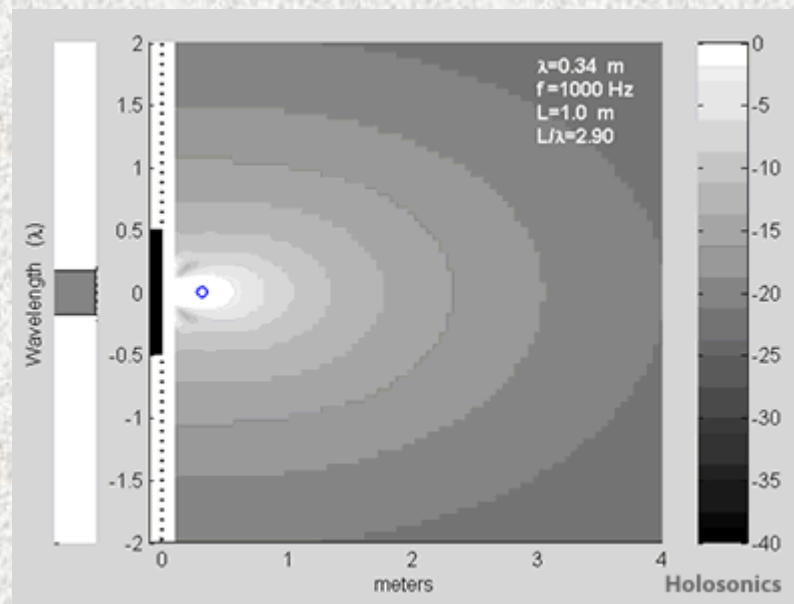
## Promieniowanie źródła o stałych rozmiarach – zmienna częstotliwość



## Promieniowanie źródła o stałej częstotliwości – zmienne rozmiary

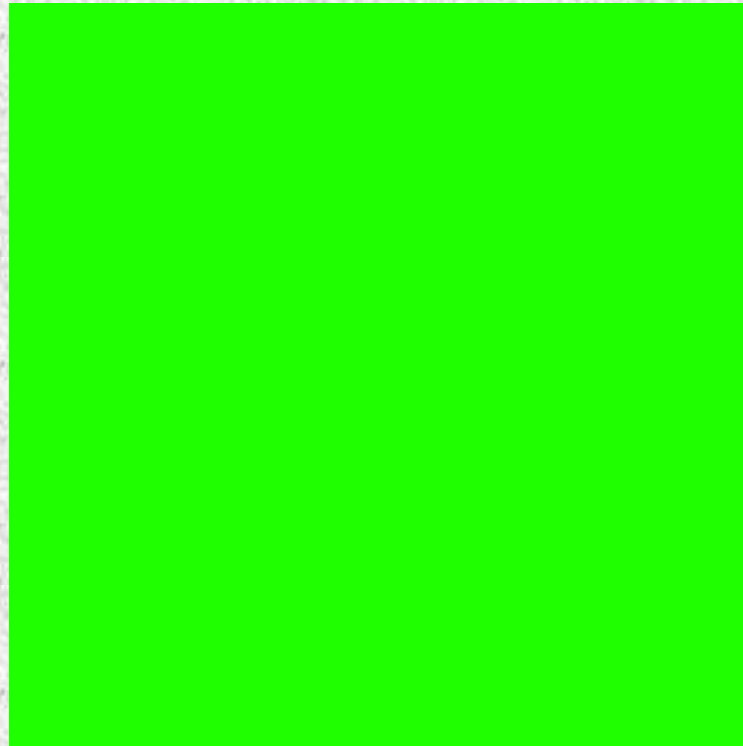


Promieniowanie kilku źródeł o stałej częstotliwości – zmienne fazy  
Na niebiesko zaznaczony jest punkt ogniskowania wiązki



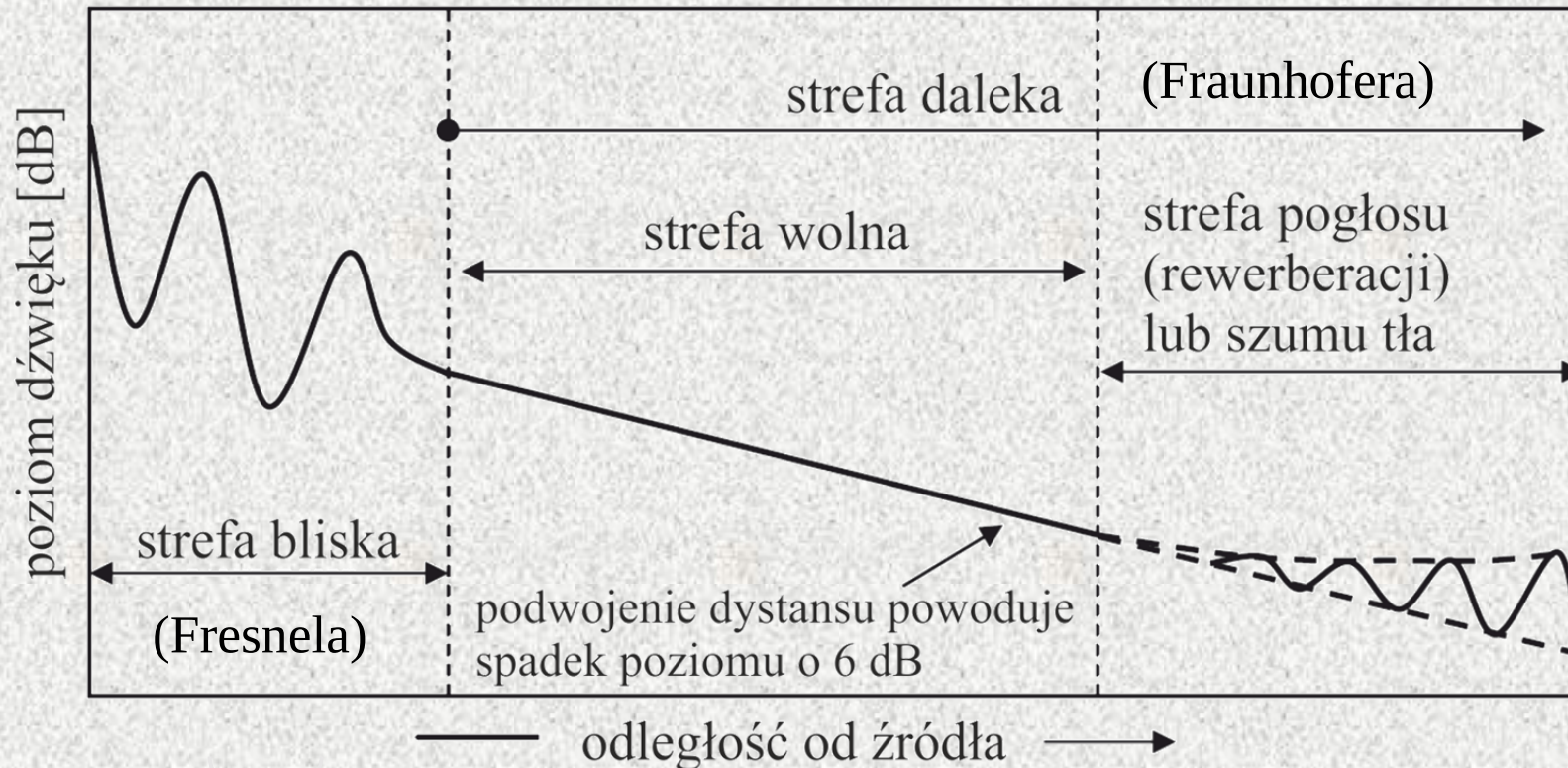


Impuls dźwiękowy generowany przez 5 źródeł o jednakowej fazie



Każde fizyczne źródło dźwięku jest pewnym układem monopoli

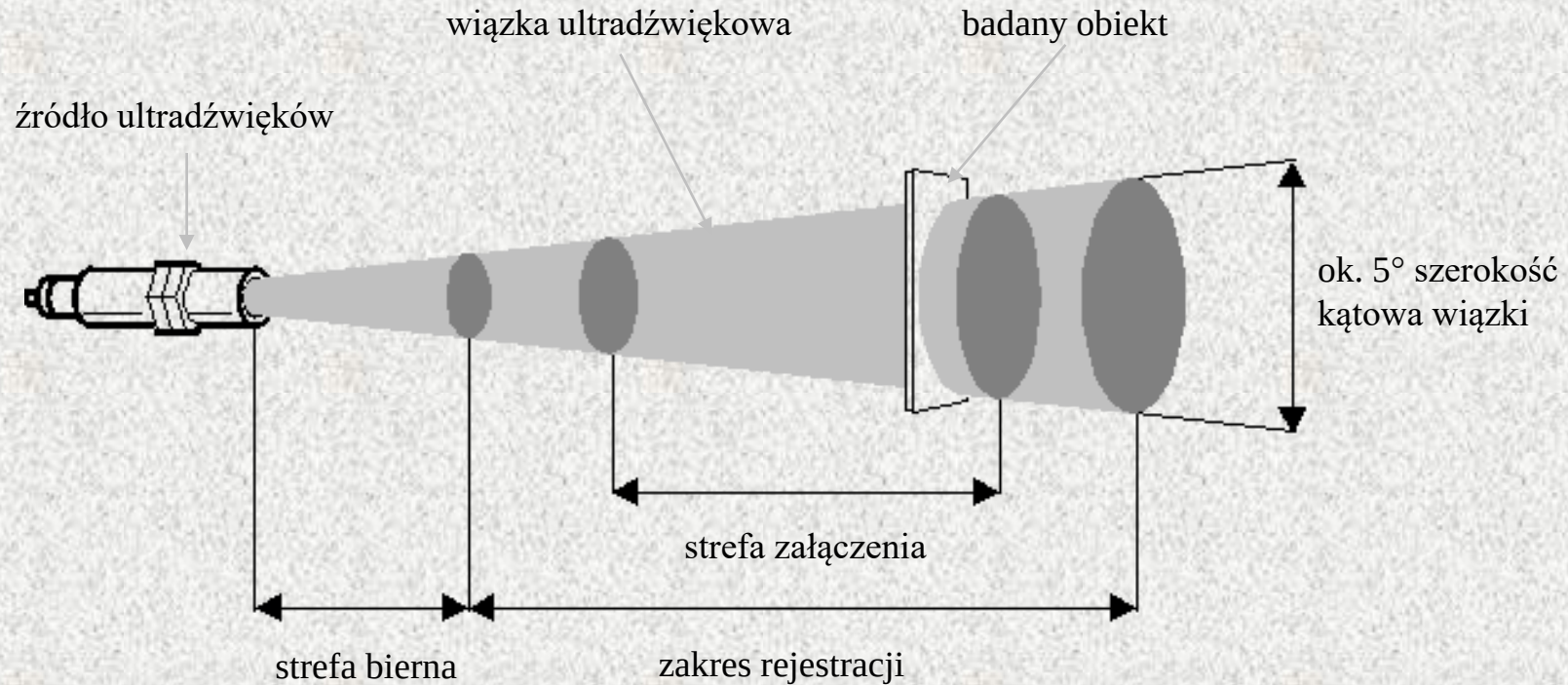
Fala generowana przez taki układ jest wynikiem interferencji fal pochodzących od każdego z monopoli



$$d = \frac{r^2}{\lambda}$$

$r$  – wymiar charakterystyczny układu (promień)

# Pomiary wykonuje się zwykle w strefie wolnej



## Moce źródeł dźwięku

|         |                               |
|---------|-------------------------------|
| MAŁE    | 1 [W/cm <sup>2</sup> ]        |
| ŚREDNIE | 1 - 10 [W/cm <sup>2</sup> ]   |
| DUŻE    | 10 – 100 [W/cm <sup>2</sup> ] |

## Źródła ultradźwięków

1876 Francis Galton gwizdek przywołujący psa – pierwszy instrument ultradźwiękowy

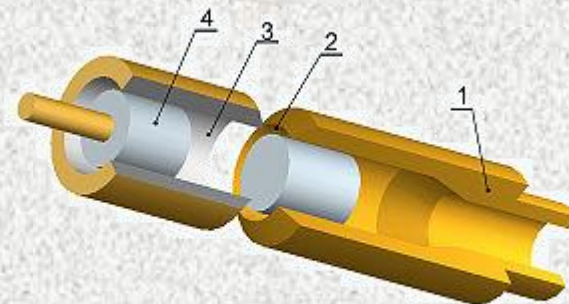
$$f = v_0 \frac{\sqrt{1+t/273}}{4(l+k)}$$

$$v_0 = 331800 \text{ mm/s} \quad \text{prędkość dźwięku w powietrzu w temp. } 0^\circ\text{C}$$

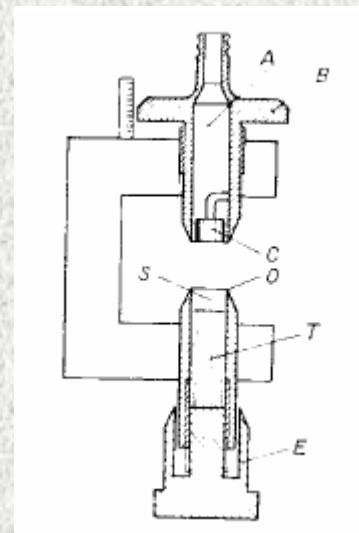
$t$  - temperatura

$l$  - głębokość wnęki w mm

$k$  - stała dyszy zależna od ciśnienia powietrza na wlocie



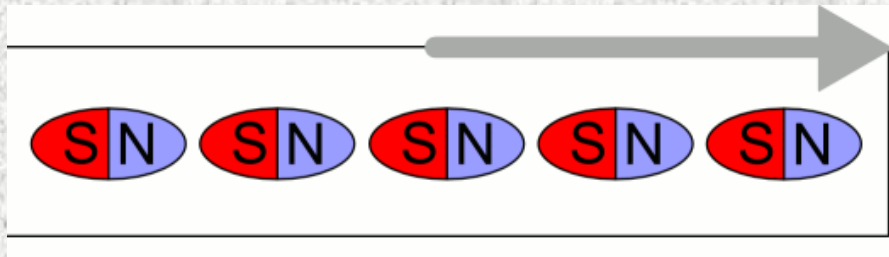
- 1 - dysza
- 2 - wnęka z kołowym ostrzem
- 3 - rezonator
- 4 - tłok regulacyjny



## Częstotliwość do 40 kHz, moc od 0,1 do 10 W



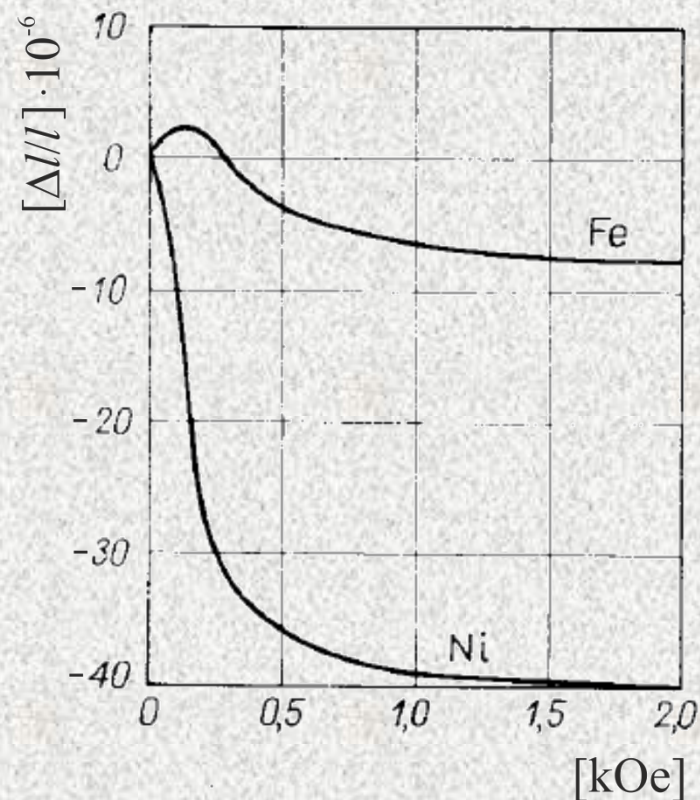
# Przetworniki magnetostrykcyjne

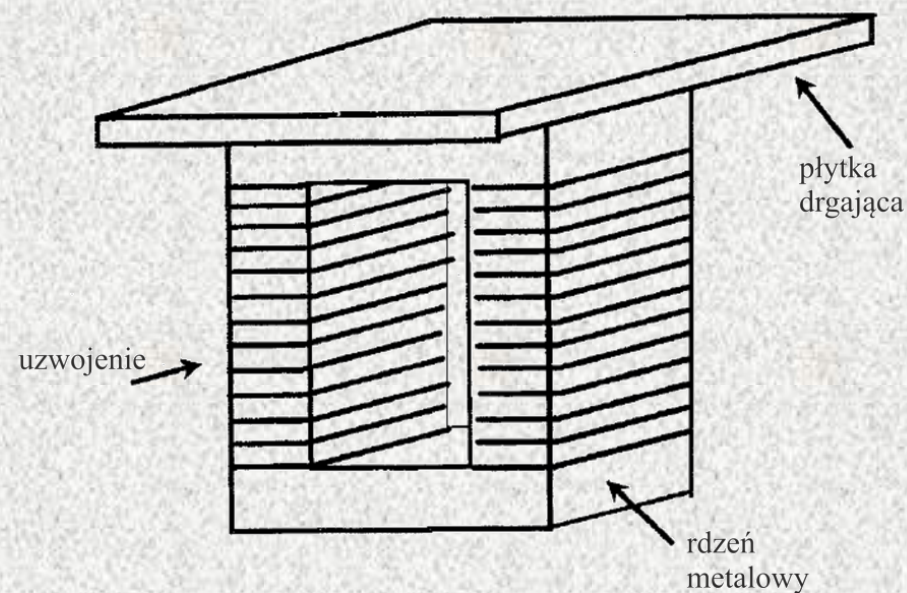
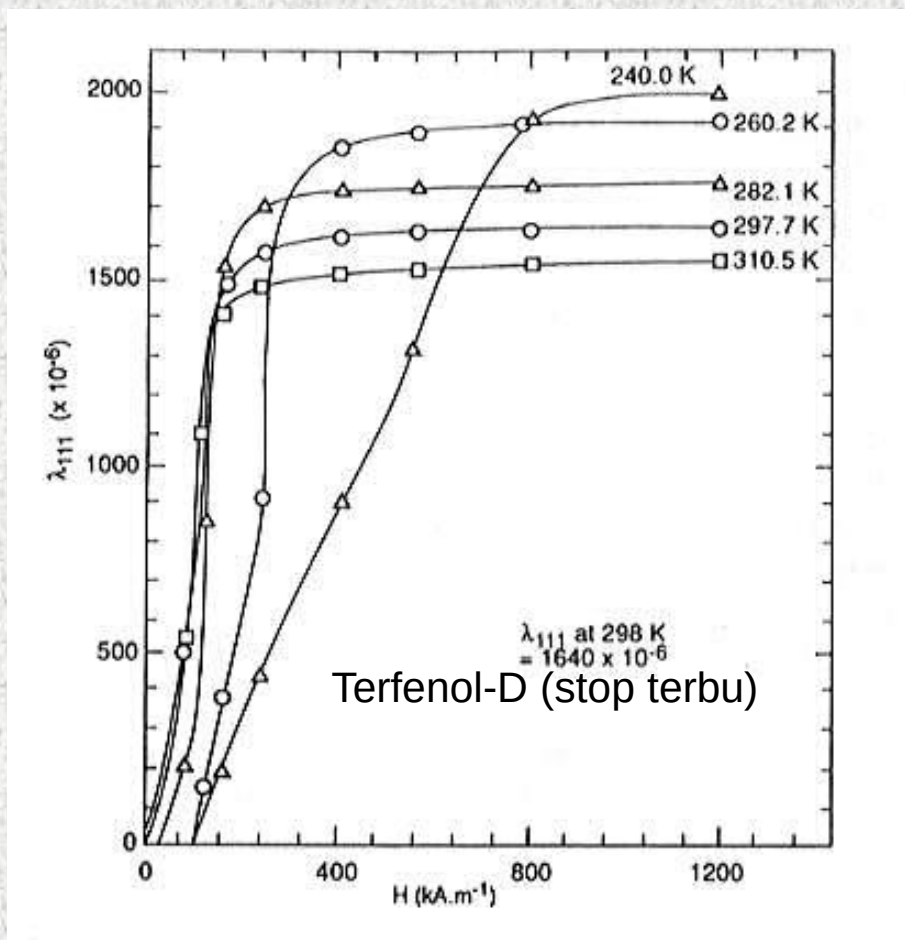


Odkrycie Joule'a. Zmiana rozmiarów ferromagnetyków pod wpływem zewnętrznego pola magnetycznego. Istnieje zjawisko odwrotne zwane efektem Villariego

$$\frac{\Delta l}{l} = k_l B^2$$

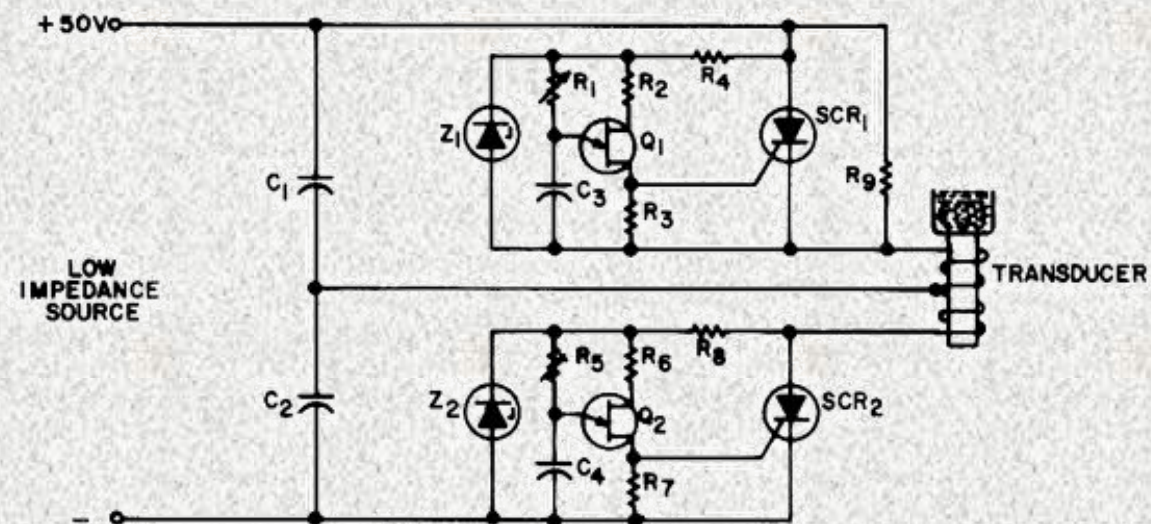
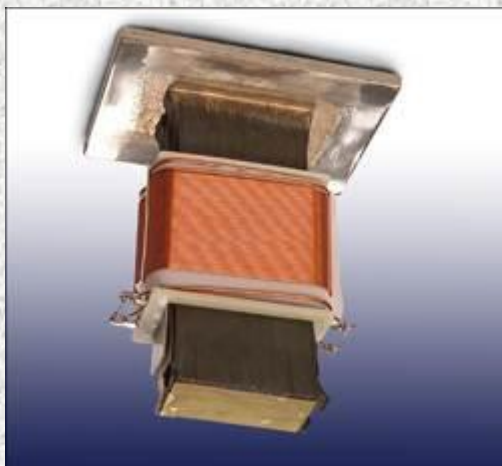
$k_l$  – współczynnik magnetostrykcji  
 $B$  – indukcja magnetyczna





Osiąga się częstotliwości do ok. 100 kHz – dwukrotność częstotliwości prądu wzбудzającego i bardzo wysokie wartości mocy akustycznej.

# różne wykonania



$C_3$  - 0.003 $\mu$ f, 100V PAPER  
 $C_4$  - 0.003 $\mu$ f, 100V PAPER  
 $C_1$  AND  $C_2$  - 0.5 $\mu$ f, GE 28F1310  
 $R_1$  - 25K, 2W POTENTIOMETER  
 $R_2$  - 180 $\Omega$ , 1W  
 $R_3$  - 100 $\Omega$ , 1/2W

$R_4$  - 2.2K $\Omega$ , 2W  
 $R_5$  - 25K, 2W POTENTIOMETER  
 $R_6$  - 180 $\Omega$ , 1W  
 $R_7$  - 100 $\Omega$ , 1/2W  
 $R_8$  - 2.2K $\Omega$ , 2W  
 $R_9$  - 10K $\Omega$ , 2W

$Q_1$  - GE 2N2647  
 $Q_2$  - GE 2N2647  
 $SCR_1$  - GE C20DX31  
 $SCR_2$  - GE C20DX31  
 $Z_1$  - Z4XL22  
 $Z_2$  - Z4XL22

SeekIC.com



## Przetworniki elektromagnetyczno-akustyczne EMAT

EMAT (*electromagnetic acoustic transducer*)

używane są także akronimy

EMAR (*electromagnetic acoustic resonator*), który podkreśla rezonansowy tryb pracy

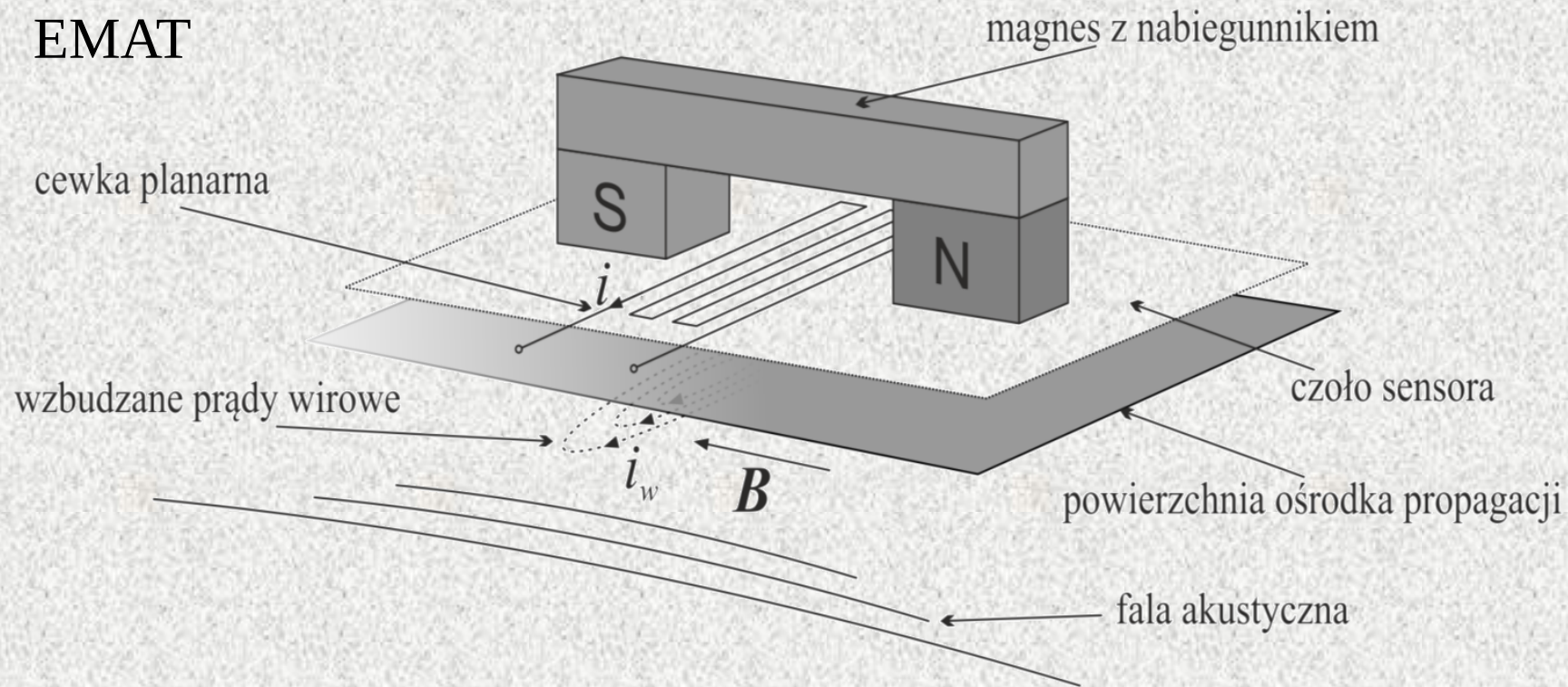
EMUS (*electromagnetic ultrasonic sensor*) wyodrębniający sensorowe właściwości przetwornika.

Przetworniki te znajdują zastosowania w bezinwazyjnej defektoskopii.

Wykorzystuje się je między innymi do pomiaru grubości materiałów, detekcji naprężeń, mikropeknięć, wtrąceń, pustek czy też nierówności powierzchni. Metoda sprawdza się także w pomiarach prędkości dźwięku w materiałach przewodzących.



# EMAT



**emisja:** impuls prądowy  $\Rightarrow$  prądy wirowe w polu magnesu  $\Rightarrow$  siła Lorentza  $\Rightarrow$  fala akustyczna

**detekcja:** fala akustyczna  $\Rightarrow$  ruch powierzchni  $\Rightarrow$  prądy wirowe  $\Rightarrow$  prąd w cewce

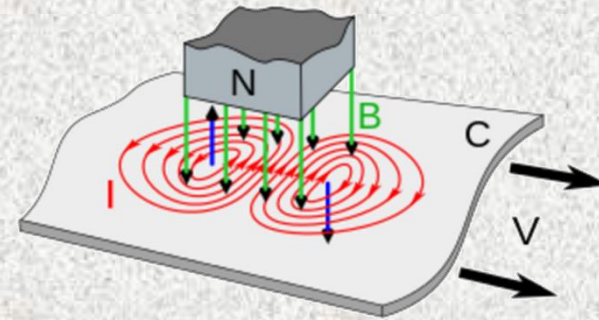
Obok siły Lorentza fala akustyczna może powstawać także na skutek efektu magnetostrykcyjnego

Prądy wirowe płyną w warstwie przypowierzchniowej  
- dla fal poprzecznych w stali przy ok. 2 MHz ma ona grubość rzędu 0,1 mm.

Gęstość prądów wirowych:

$$j = -\sigma v B_0$$

$v$  składowa wektora prędkości fali akustycznej  
 $B_0$  indukcja magnetyczna magnesu trwałego  
 $\sigma$  przewodność materiału



Napięcie wyjściowe:

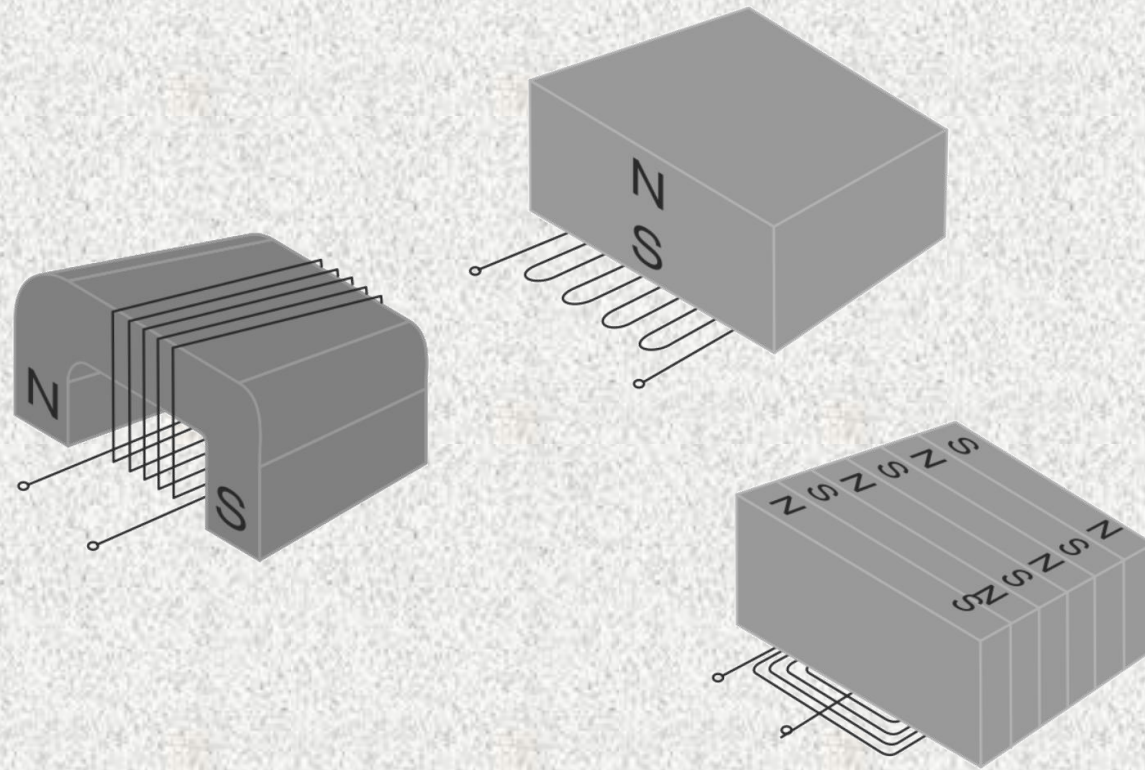
$$u_{wy} \sim \frac{n^2 B_0^2}{Z_A} S$$

$n$  liczba zwojów cewki

$Z_A$  akustyczna impedancja ośrodka propagacji fal

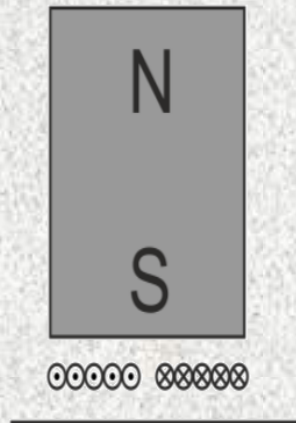
$S$  powierzchnia cewki

EMAT mogą mieć różne konfiguracje

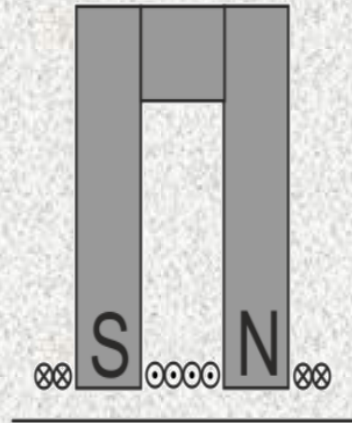


Zależnie od wzajemnego usytuowania cewki i magnesu, a czasami także rodzaju podłoża, możliwa jest generacja i detekcja właściwie wszystkich rodzajów fal akustycznych zarówno objętościowych, płytowych jak i powierzchniowych

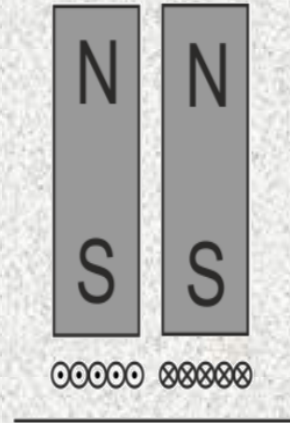
## Przetworniki fal:



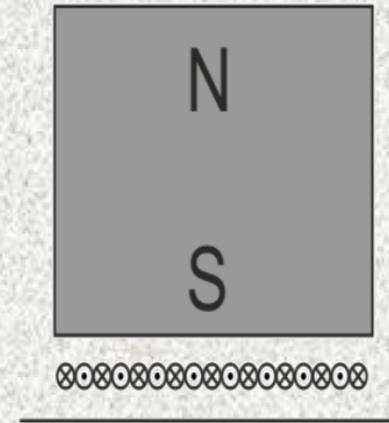
objętościowych  
poprzecznych



objętościowych  
podłużnych



powierzchniowych  
poprzecznych

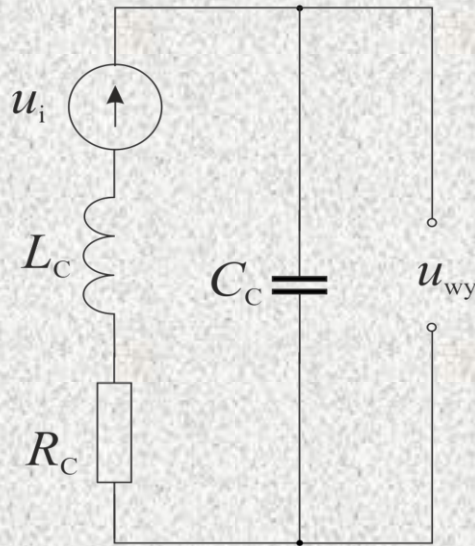


powierzchniowych  
podłużnych,  
płytowych,  
Rayleigha

Częstotliwość pracy takiego układu wahać się może od kilkudziesięciu kHz do kilku MHz.



## Schemat zastępczy



W układzie można zmieniać wartość indukcyjności cewki poprzez zmianę jej odległości do podłoża i magnesu oraz zwiększać pojemność równoległą poprzez dołączenie zewnętrznego kondensatora.

Manipulacja tymi parametrami umożliwia doprowadzenie czujnika do rezonansu napięciowego (EMAR), co zwiększa sygnał wyjściowy proporcjonalnie do dobroci czujnika:

$$Q = 2\pi f \frac{L_c}{R_c}$$

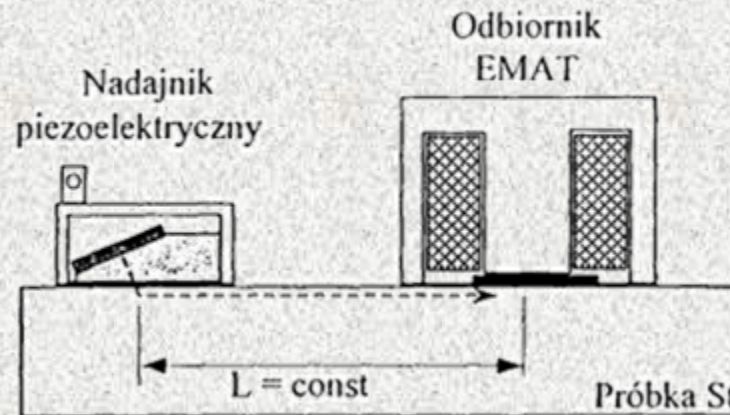
## Zalety

praca bezstykowa (odległość od powierzchni nie przekracza na ogół 2 mm)

powierzchnia nie musi być specjalnie przygotowywana

możliwość detekcji fal akustycznych w ciałach podgrzanych do stosunkowo wysokich temperatur lub

pozostających w ruchu duży wybór konfiguracji możliwość współpracy z innymi przetwornikami



## Wady

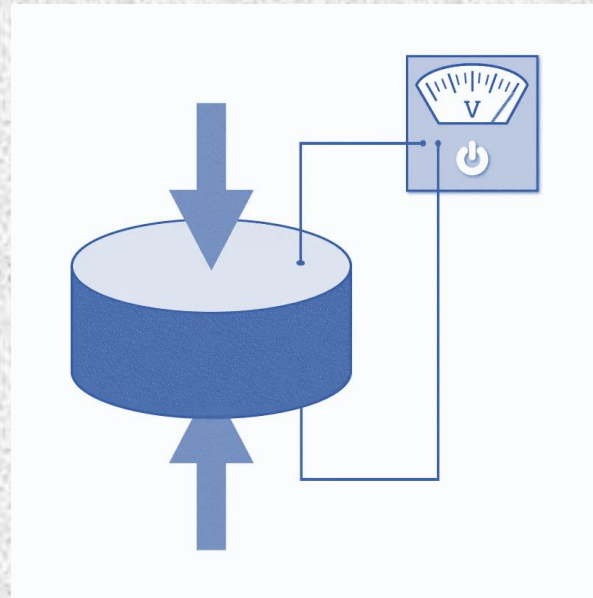
graniczenie detekcji fal akustycznych tylko do przewodników

niewielki zakres dynamiczny (1000 razy gorszy od piezoelektryków)

niska precyzja lokalizacji uszkodzeń w układach defektoskopowych

# Przetworniki piezoelektryczne

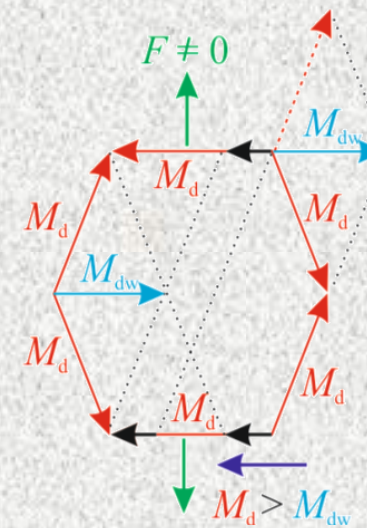
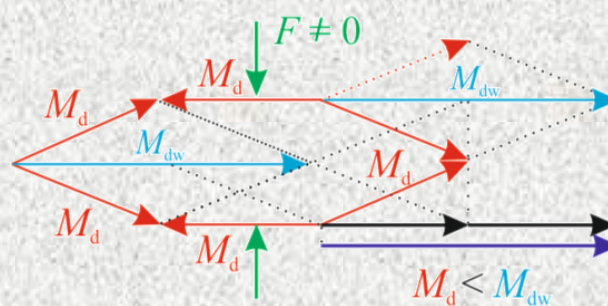
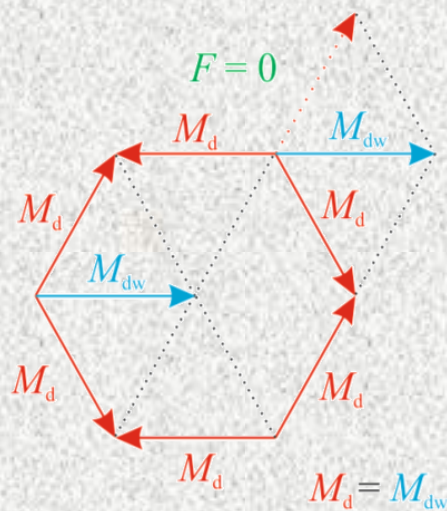
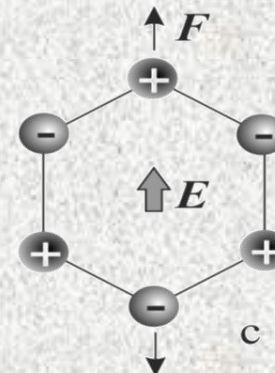
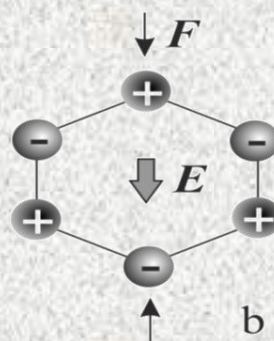
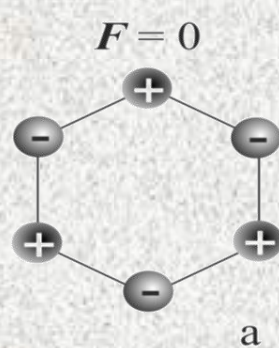
Grecki termin piezo ( $\pi\epsilon\zeta\omega$ ) lub piezein ( $\pi\epsilon\zeta\epsilon\iota\nu$ ) oznacza ściskanie, naciskanie, popychanie



1880 Jacques i Pierre Curie **odkrycie prostego efektu piezoelektrycznego**

1881 Gabriel Jonas Lippmann **odkrycie odwrotnego efektu piezoelektrycznego**

Piezoelektryczność obserwowana jest w układach molekularnych o obniżonej symetrii





Ilościowo piezoelektryczność opisuje się układem tensorowych równań sprzężonych, łączących ze sobą wielkości mechaniczne i elektryczne:

$$S_{ij} = s_{ijkl} T_{kl} + d_{kij} E_k,$$

$$D_i = d_{ijk} T_{jk} + \varepsilon_{ij} E_j,$$

Korzystając z symetrii naprężeń:  $T_{ij} = T_{ji}$

i stosując specjalne oznaczenia indeksów (notacja Voigta):

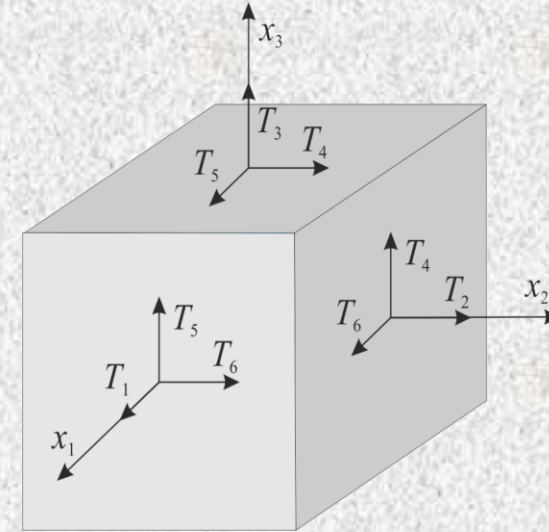
$11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23, 32 \rightarrow 4, 13, 31 \rightarrow 5, 12, 21 \rightarrow 6$

można zapisać deformacje i naprężenia jako wektory i zapisać układ równań tensorowych formie macierzowej:

$$\{S\} = [s^E] \{T\} + [d^t] \{E\},$$

$$\{D\} = [d] \{T\} + [\varepsilon^T] \{E\},$$

w której  $[s^E]$  jest macierzą podatności mechanicznej przy stałym lub zerowym natężeniu pola elektrycznego,  $[d^t]$  macierzą współczynników piezoelektryczności odwrotnej (indeks  $t$  oznacza transpozycję macierzy współczynników piezoelektryczności prostej  $[d]$ ), zaś  $[\varepsilon^T]$  macierzą przenikalności elektrycznej przy stałym lub zerowym naprężeniu



W formie rozwiniętej

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & s_{14}^E & s_{15}^E & s_{16}^E \\ s_{21}^E & s_{22}^E & s_{23}^E & s_{24}^E & s_{25}^E & s_{26}^E \\ s_{31}^E & s_{32}^E & s_{33}^E & s_{34}^E & s_{35}^E & s_{36}^E \\ s_{41}^E & s_{42}^E & s_{43}^E & s_{44}^E & s_{45}^E & s_{46}^E \\ s_{51}^E & s_{52}^E & s_{53}^E & s_{54}^E & s_{55}^E & s_{56}^E \\ s_{61}^E & s_{62}^E & s_{63}^E & s_{64}^E & s_{65}^E & s_{66}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{21} & d_{13} \\ d_{12} & d_{22} & d_{32} \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} \\ d_{14} & d_{24} & d_{34} \\ d_{15} & d_{25} & d_{35} \\ d_{16} & d_{26} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

SiO<sub>2</sub>

$\rho=2651 \text{ kg/m}^3$

$$s_{ij}^E = 10^{-12} \cdot \begin{bmatrix} 12,77 & -1,79 & -1,22 & -4,5 & 0 & 0 \\ -1,79 & 12,77 & -1,22 & 4,5 & 0 & 0 \\ -1,22 & -1,22 & 9,6 & 0 & 0 & 0 \\ -4,5 & 4,5 & 0 & 20,04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20,04 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & 29,12 \end{bmatrix} [\text{m}^2/\text{N}]$$

$$d_{ij} = 10^{-12} \cdot \begin{bmatrix} -2,3 & 0 & 0 \\ 2,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0,67 & 0 & 0 \\ 0 & 0,67 & 0 \\ 0 & 4,6 & 0 \end{bmatrix} [\text{C/N}]$$

$$\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_0} = \begin{bmatrix} 4,52 & 0 & 0 \\ 0 & 4,52 & 0 \\ 0 & 0 & 4,68 \end{bmatrix}$$

BaTiO<sub>3</sub>

$\rho=6020 \text{ kg/m}^3$

$$s_{ij}^E = 10^{-12} \cdot \begin{bmatrix} 8,05 & -2,35 & -5,24 & -1,02 & 0 & 0 \\ -2,35 & 8,05 & -5,24 & 1,02 & 0 & 0 \\ -5,24 & -5,24 & 15,7 & 0 & 0 & 0 \\ -1,02 & 1,02 & 0 & 18,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 18,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8,84 \end{bmatrix} [\text{m}^2/\text{N}]$$

$$d_{ij} = 10^{-12} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & -34,5 \\ 0 & 0 & -34,5 \\ 0 & 0 & 85,6 \\ 0 & 392 & 0 \\ 392 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\text{C/N}]$$

$$\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_0} = \begin{bmatrix} 2920 & 0 & 0 \\ 0 & 2920 & 0 \\ 0 & 0 & 168 \end{bmatrix}$$



PZT-5H

$$\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$$

$$s_{ij}^E = 10^{-12} \cdot \begin{bmatrix} 16,5 & -4,78 & -8,45 & 0 & 0 & 0 \\ -4,78 & 7,86 & -8,45 & 0 & 0 & 0 \\ -8,45 & -8,45 & 20,7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 43,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 43,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 42,56 \end{bmatrix} [\text{m}^2/\text{N}]$$

$$d_{ij} = 10^{-12} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & -274 \\ 0 & 0 & -274 \\ 0 & 0 & 593 \\ 0 & 741 & 0 \\ 741 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [\text{C/N}]$$

$$\frac{\epsilon_{ij}}{\epsilon_0} = \begin{bmatrix} 3130 & 0 & 0 \\ 0 & 3130 & 0 \\ 0 & 0 & 3400 \end{bmatrix}$$

| The Main characteristics of Piezoelectric Ceramic                                                       |                                                          |                              |              |             |              |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------------|--------------|-------------|--------------|---------------|
| No.                                                                                                     | Parameters                                               | Symbols                      | Material     |             |              |               |
|                                                                                                         |                                                          |                              | P -41 (PZT4) | P-51 (PZT5) | P -81 (PZT8) | P -48 (PZT48) |
| P                                                                                                       | Coupling Coefficients                                    | k <sub>p</sub>               | 0.56         | 0.66        | 0.54         | 0.59          |
|                                                                                                         |                                                          | k <sub>31</sub>              | 0.33         | 0.39        | 0.31         | 0.34          |
|                                                                                                         |                                                          | k <sub>33</sub>              | 0.66         | 0.74        | 0.63         | 0.7           |
|                                                                                                         |                                                          | kt                           | 0.48         | 0.50        | 0.47         | 0.49          |
| 2                                                                                                       | Dielectric constant(1kHz)                                | ε <sup>T</sup> <sub>r3</sub> | 1050         | 2400        | 1050         | 1350          |
|                                                                                                         |                                                          | ε <sup>T</sup> <sub>r1</sub> | 1450         | 2700        | 1400         | 1600          |
| 3                                                                                                       | Dielectric Loss Factor                                   | tg δ                         | 0.004        | 0.017       | 0.003        | 0.004         |
| 4                                                                                                       | Elastic Constants (x10 <sup>-12</sup> m <sup>2</sup> /N) | S <sup>E</sup> <sub>11</sub> | 12.0         | 15.0        | 11.0         | 12.5          |
|                                                                                                         |                                                          | S <sup>D</sup> <sub>33</sub> | 8.5          | 9.0         | 8.5          | 8.5           |
| 5                                                                                                       | Piezoelectric Coefficients (10 <sup>-12</sup> C/N)       | d <sub>31</sub>              | -110         | -210        | -100         | -140          |
|                                                                                                         |                                                          | d <sub>33</sub>              | 270          | 550         | 230          | 320           |
| 6                                                                                                       | Mechanical Quality Factor                                | Q <sub>M</sub>               | 600          | 70          | 1000         | 800           |
| 7                                                                                                       | Frequency Constants (Hz•m)                               | N <sub>d</sub>               | 2250         | 1980        | 2300         | 2230          |
|                                                                                                         |                                                          | N <sub>1</sub>               | 1650         | 1450        | 1700         | 1600          |
|                                                                                                         |                                                          | N <sub>3</sub>               | 1950         | 1900        | 1960         | 2000          |
|                                                                                                         |                                                          | N <sub>t</sub>               | 2270         | 2250        | 2280         | 2300          |
| 8                                                                                                       | Sound velocity (m/s)                                     | V <sub>d</sub>               | 3460         | 3000        | 3500         | 3400          |
|                                                                                                         |                                                          | V <sub>1</sub>               | 3300         | 2900        | 3400         | 3200          |
|                                                                                                         |                                                          | V <sub>3</sub>               | 3900         | 3800        | 3920         | 4000          |
|                                                                                                         |                                                          | V <sub>t</sub>               | 4540         | 4500        | 4560         | 4600          |
| 9                                                                                                       | Density(10 <sup>3</sup> kg/m <sup>3</sup> )              | ρ                            | 7.60         | 7.65        | 7.65         | 7.70          |
| 10                                                                                                      | Curie Point(°C)                                          | T <sub>c</sub>               | 310          | 280         | 300          | 300           |
| 11                                                                                                      | Ten times the rate of time (%)                           | A <sub>nd</sub>              | 1.3          | 0.35        | 1.3          | 1.2           |
|                                                                                                         |                                                          | A <sub>kp</sub>              | -2.5         | -0.40       | -2.0         | -1.6          |
|                                                                                                         |                                                          | A ε                          | -4.5         | -1.5        | -4.0         | -3.5          |
| 12                                                                                                      | Temperature changes(%)-10°C~50°C to 25°C                 | ΔN <sub>d</sub> /N           | 1.0          | 1.5         | 1.5          | 1.0           |
|                                                                                                         |                                                          | Δ ε / ε                      | 9.5          | 20          | 9.0          | 9.5           |
| 13                                                                                                      | Dielectric Properties in High Electric                   | tg δ                         | 0.040        |             | 0.010        | 0.025         |
|                                                                                                         |                                                          | Δ ε / ε                      | 0.18         |             | 0.06         | 0.20          |
| Note: These data are typical values of the main parameters measured at 25°C,10 days after polarization. |                                                          |                              |              |             |              |               |

Do opisu własności piezoelektrycznych materiałów używa się, obok modułów ***d***, zwanych też modułami odkształceniowymi także ich odwrotności ***h*** oraz stałych napięciowych ***g*** i ich odwrotności ***e***.

$$d_{ij} = \left( \frac{\partial D_i}{\partial T_j} \right)^E = \left( \frac{\partial S_j}{\partial E_i} \right)^T \quad \left[ \frac{\text{C}}{\text{N}} \right], \left[ \frac{\text{m}}{\text{V}} \right]$$

$$h_{ij} = - \left( \frac{\partial E_i}{\partial S_j} \right)^D = - \left( \frac{\partial T_j}{\partial D_i} \right)^S \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{C}} \right], \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$$

$$e_{ij} = \left( \frac{\partial D_i}{\partial S_j} \right)^E = - \left( \frac{\partial T_j}{\partial E_i} \right)^S \quad \left[ \frac{\text{V m}}{\text{N}} \right], \left[ \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \right]$$

$$g_{ij} = - \left( \frac{\partial E_i}{\partial T_j} \right)^D = - \left( \frac{\partial S_j}{\partial D_i} \right)^T \quad \left[ \frac{\text{N}}{\text{V m}} \right], \left[ \frac{\text{m}^2}{\text{C}} \right]$$

układ równań dla sprzężenia elektromechanicznego może mieć kilka równoważnych form

$$\{E\} = [\beta^T] \{D\} - [g] \{T\},$$

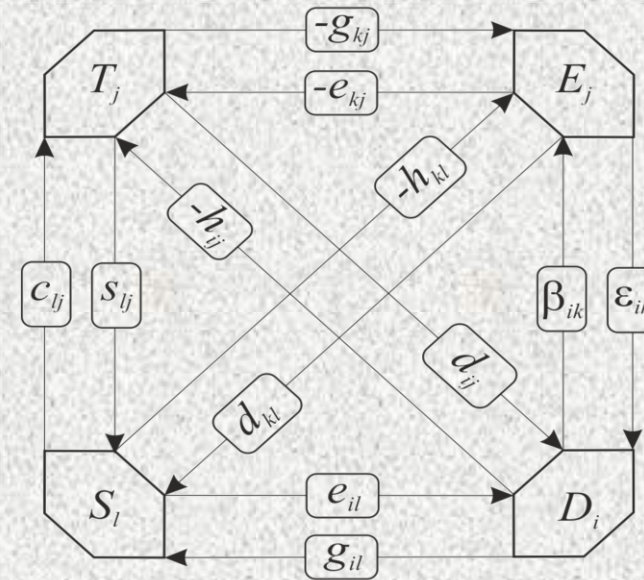
$$\{S\} = [s^D] \{T\} + [g^t] \{D\},$$

$$\{D\} = [\varepsilon^S] \{E\} + [e] \{S\},$$

$$\{T\} = [c^E] \{S\} + [e^t] \{E\},$$

$$\{E\} = [\beta^S] \{D\} - [h] \{S\},$$

$$\{T\} = [c^D] \{S\} - [h^t] \{D\},$$



indeks górny  $t$  oznacza transpozycję,  $c^D$  są odwrotnościami  $s^D$ ,  $\beta^S$  odwrotnościami  $\varepsilon^S$



Efekty piezoelektryczne prosty i odwrotny są ze sobą ściśle powiązane.  
 Obserwacja efektu nie daje możliwości rozróżnienia przyczyny od skutku

Powiązanie to sprawia, że z praktycznego punktu widzenia przydatna okazuje się jeszcze jedna wielkość opisująca własności piezoelektryka nazywana współczynnikiem sprzężenia elektromechanicznego  $k$

$$k = \sqrt{\frac{E_e}{E_m}}$$

$E_e$  energia elektryczna zmagazynowana w piezoelektryku

$E_m$  energia mechaniczna zmagazynowana w piezoelektryku

W katalogach zamiast  $k$  często podawane jest  $k^2$ .

W przypadku anizotropii w każdym kierunku będzie inaczej

$$k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{S_{33}^T S_{11}^E}} \quad \text{wszystkie naprężenia zerowe oprócz } T_1$$

$$k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{S_{33}^T S_{33}^E}} \quad \text{wszystkie naprężenia zerowe oprócz } T_3$$

$$k_{33} = \frac{e_{33}}{\sqrt{S_{33}^S S_{33}^D}} \quad \text{wszystkie deformacje zerowe oprócz } S_3$$

|                    | $k_{33}$ [%] |
|--------------------|--------------|
| SiO <sub>2</sub>   | 10           |
| LiNbO <sub>3</sub> | 17           |
| BaTiO <sub>3</sub> | 52           |
| PZT                | 60           |

Często w zastosowaniach technicznych pole elektryczne, odkształcenie bądź naprężenie mają tylko jedną składową różną od zera i wtedy równania sprzężeniowe przechodzą w proste związki skalarne

**Efekt piezoelektryczny podłużny** - wektory  $S$  i  $E$  mają zgodne kierunki i zwroty

Dla przykładu w kierunku  $x_3$

$$d_{33} = \frac{S_3}{E_3} = \frac{D_3}{T_3}$$

**Efekt piezoelektryczny poprzeczny** - wektory  $S$  i  $E$  są do siebie prostopadłe

W kierunkach  $x_1$  oraz  $x_3$ :

$$d_{31} = \frac{S_1}{E_3} = \frac{D_3}{T_1}$$

**Efekt piezoelektryczny skośny** – wektor  $E$  jest prostopadły do płaszczyzny ścinania

Przykładowo dla sił ścinających działających wzdłuż płaszczyzny równoległej do  $x_1, x_2$  lub  $x_2, x_3$  i pola elektrycznego w kierunku  $x_1$  otrzyma się:

$$d_{15} = \frac{S_5}{E_1} = \frac{D_1}{T_5}$$

Wszystkie podane zależności zakładają niezmienność temperatury  
Współczynniki podawane są dla 20 °C

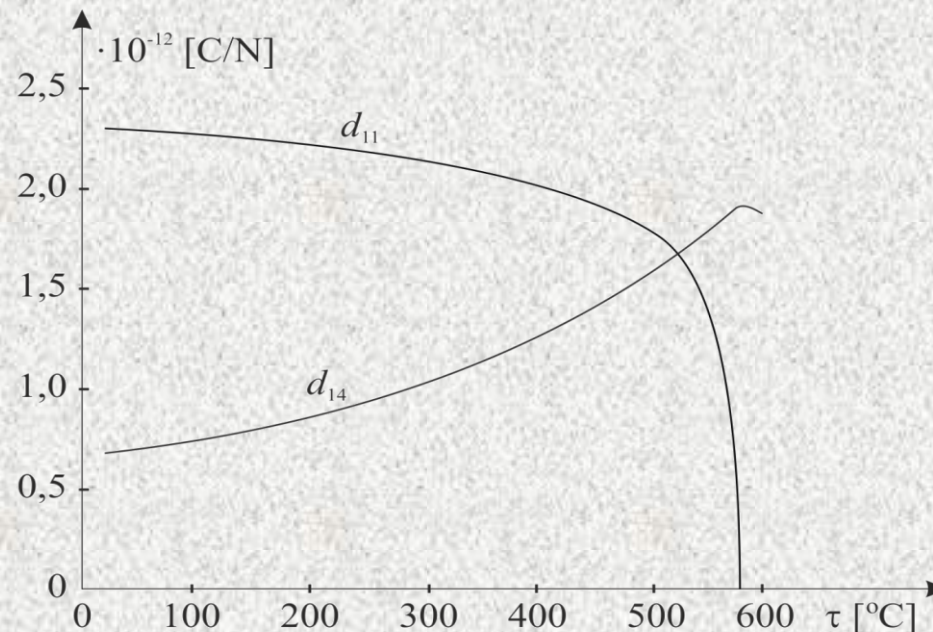
Temperaturowy współczynnik  $d_{ij}$  definiuje się następująco:

$$\mathbf{TWd}_{ik} = \frac{1}{d_{ik}} \frac{\partial d_{ik}}{\partial \tau}$$

Dla kwarcu

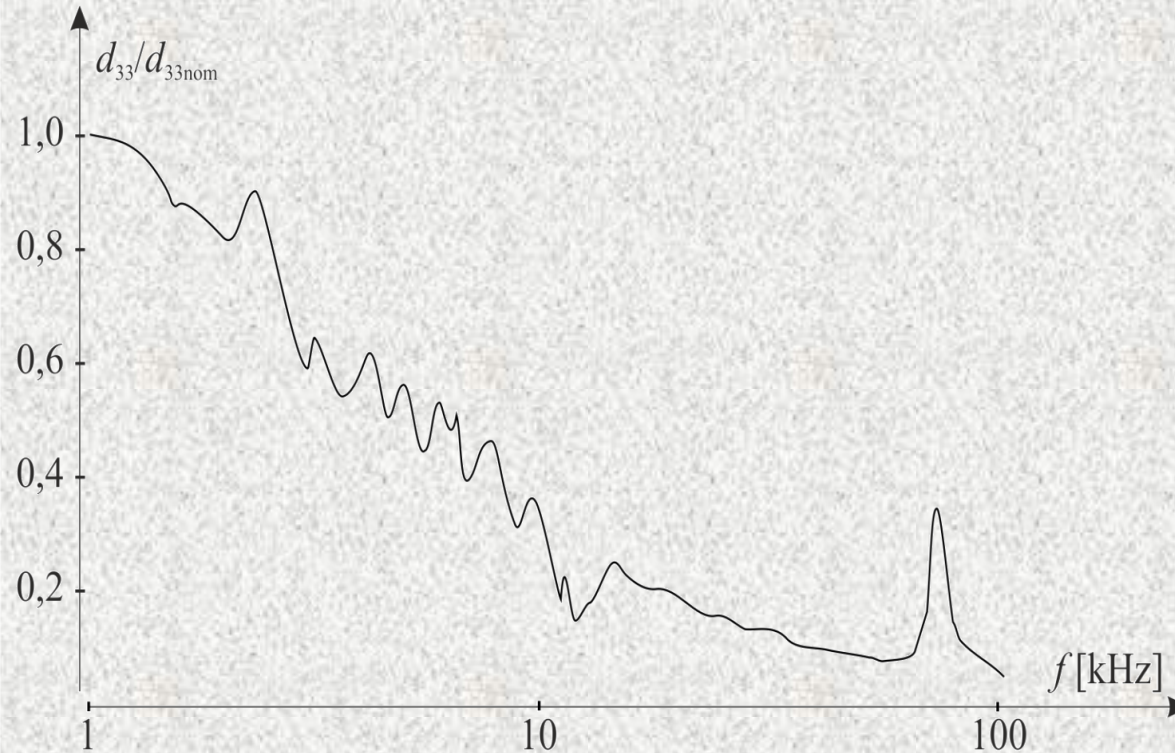
$$\mathbf{TWd}_{11} = -2,15 \cdot 10^{-4} [\text{K}^{-1}] \quad \mathbf{TWd}_{14} = 12,9 \cdot 10^{-4} [\text{K}^{-1}]$$

Wartości współczynników temperaturowych nie są wysokie, a ich liniowe przybliżenie może być stosowane z dala od temperatury Curie (dla kwarcu poniżej ok. 400 °C).



Wartości modułów maleją z częstotliwością

częstotliwościowa degradacja współczynnika  $d_{33}$  w PZT



Degradacja procesem dość złożonym.

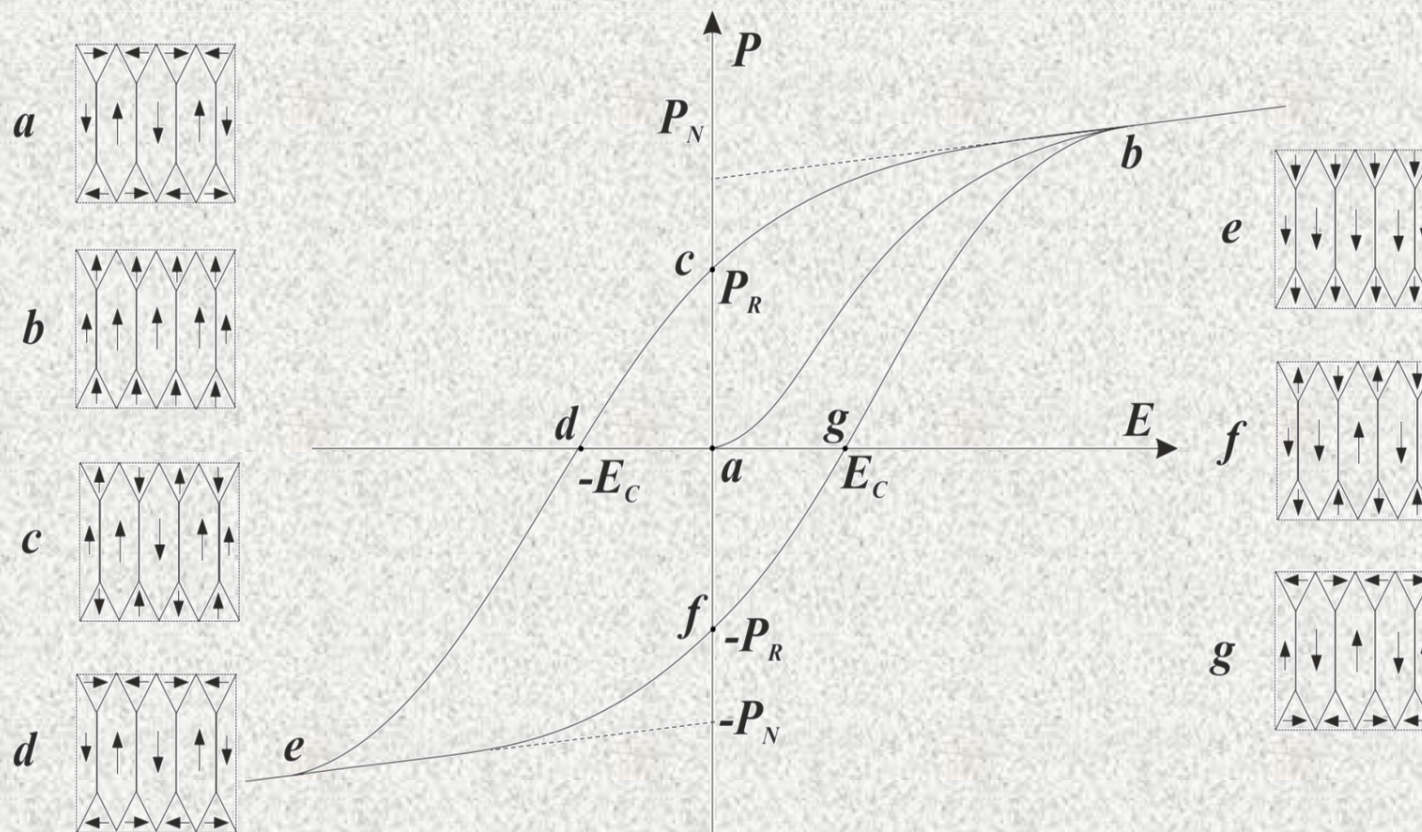
Na krzywą spadku nakładają się liczne rezonanse elektromechaniczne związane z ziarnistą strukturą materiału.

Najwolniejszy spadek wartości współczynników piezoelektrycznych obserwowany jest w monokryształach

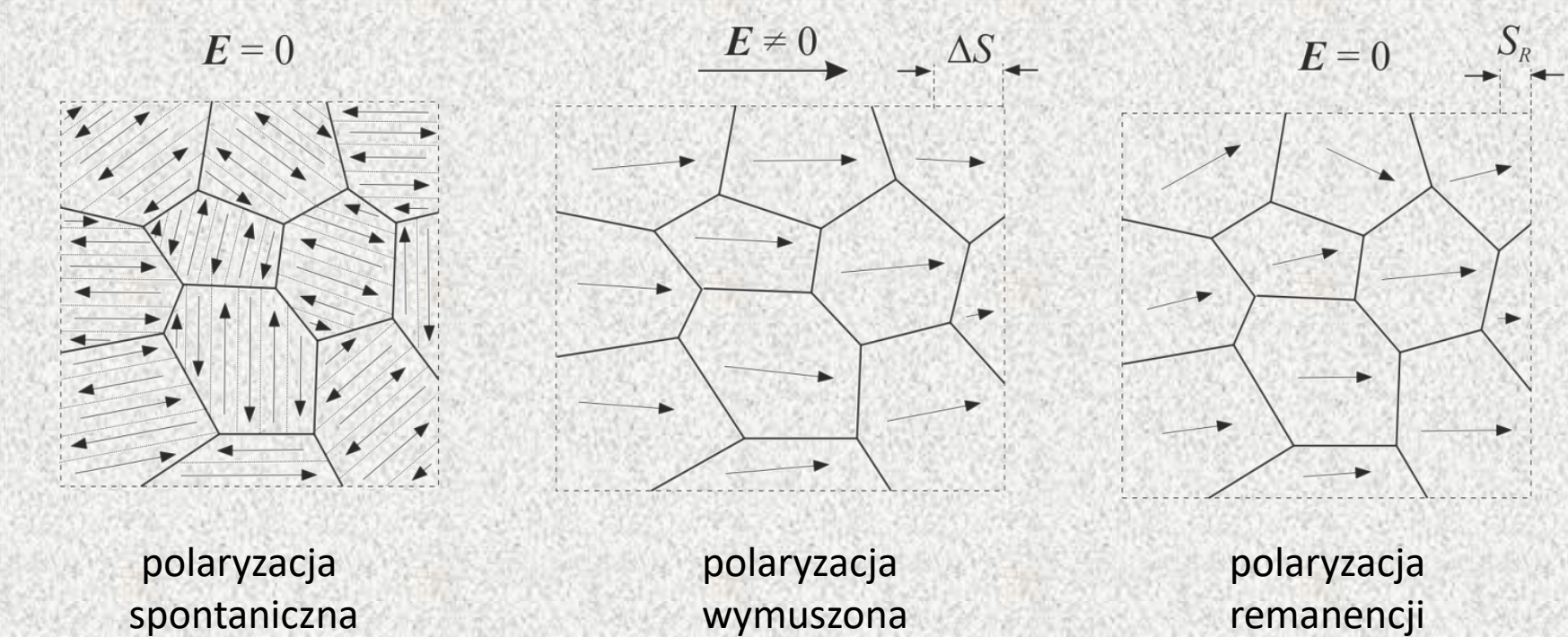


## Ferroelektryczność

Spośród wspomnianych 20 klas krystalograficznych wykazujących piezoelektryczność 10 należy do kryształów polarnych, z których wszystkie są piroelektrykami tzn. wykazują polaryzację elektryczną pod wpływem zmian temperatury. Niektóre z nich polaryzują się spontanicznie w określonym zakresie temperatur. Polaryzacja ta prowadzi do podziału objętości tych materiałów na mniejsze fragmenty zwane domenami.



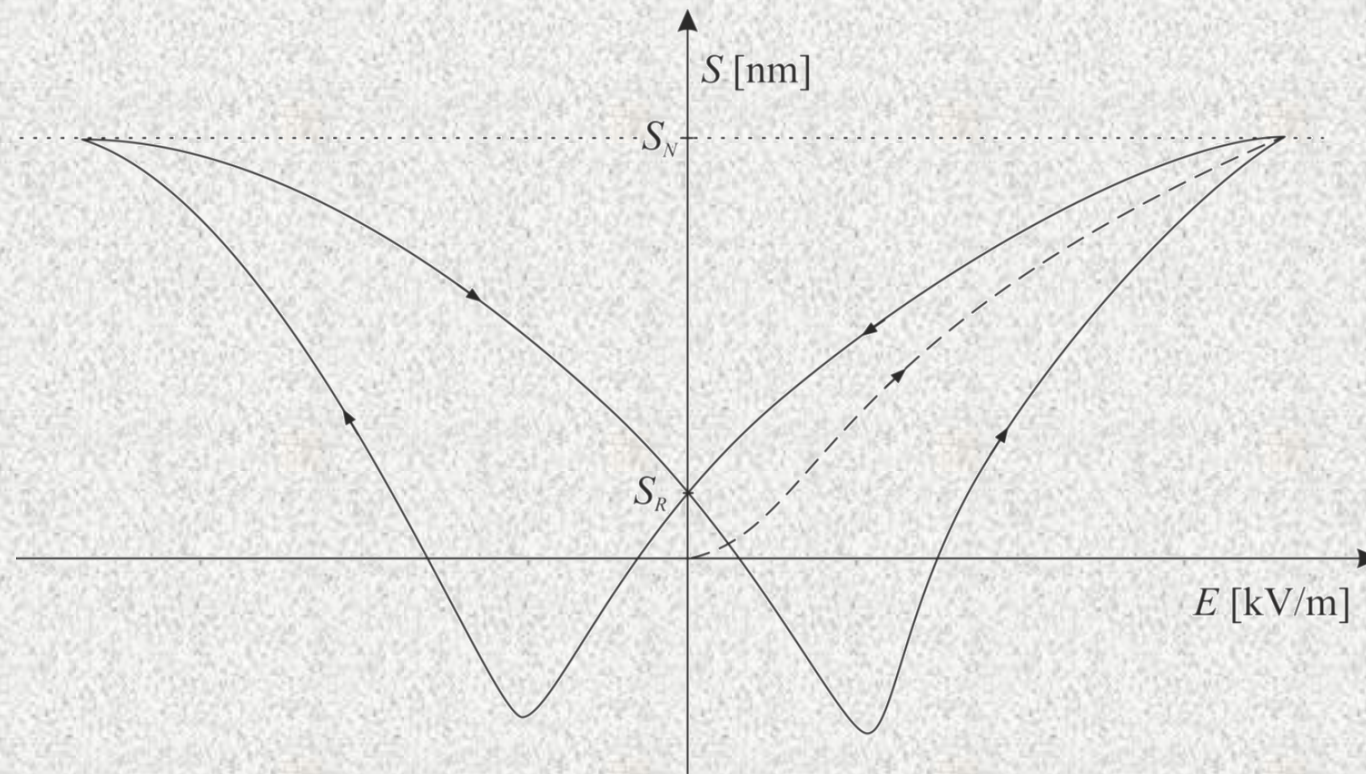
Wstępna polaryzacja poprawia własności piezoelektryczne materiału



## Materiały ferroelektryczne charakteryzuje bardzo silny efekt piezoelektryczny

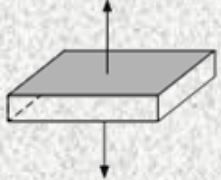
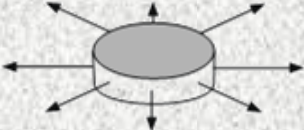
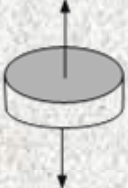
Z uwagi na budowę wewnętrzną sprawdzają się one w zakresie częstotliwości nie przekraczających kilkudziesięciu MHz. Obecnie techniczne znaczenie mają  $\text{BaTiO}_3$ ,  $\text{PbTiO}_3$  oraz mieszanina tlenków tytanu, cyrkonu i ołowiu  $\text{Pb}[\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x}]\text{O}_3$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) zwana ceramiką PZT.

### Histereza deformacyjna



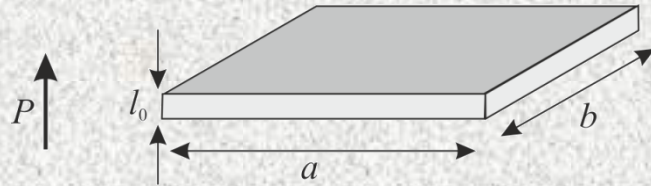


# KSZTAŁTY NAJCZĘŚCIEJ WYKORZYSTYWANYCH ELEMENTÓW ORAZ SPOSOBY ICH DRGAŃ

| rodzaj drgań        | kierunki działania sił                                                               | napięcie wyjściowe na elektrodach        | uwagi                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| podłużne            |    | $U = \frac{g_{31} F}{l}$                 | $F$ – siła<br>$l$ – długość                                |
| grubościowe         |    | $U = \frac{g_{33} F h}{l w}$             | $w$ – szerokość<br>$h$ – wysokość                          |
| ścinające           |    | $U = \frac{g_{15} F h}{l w}$             |                                                            |
| radialne            |    | $U = \frac{g_{31} F}{2 \pi r}$           | $r$ – średnica                                             |
| grubościowe         |     | $U = \frac{g_{33} F h}{\pi r^2}$         |                                                            |
| grubościowe ścianek |  | $U = \frac{g_{31} F}{2 \pi (r_z - r_w)}$ | $r_z$ – średnica zewnętrzna<br>$r_w$ – średnica wewnętrzna |

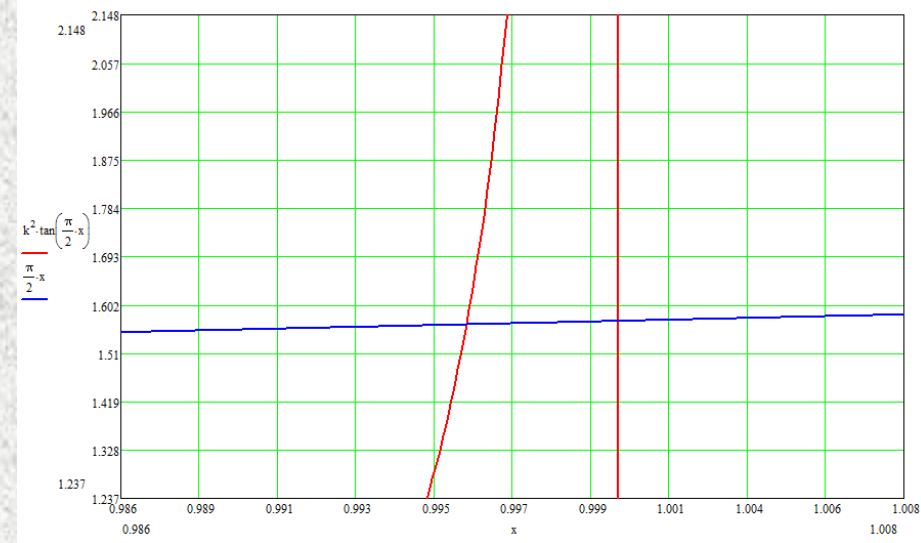
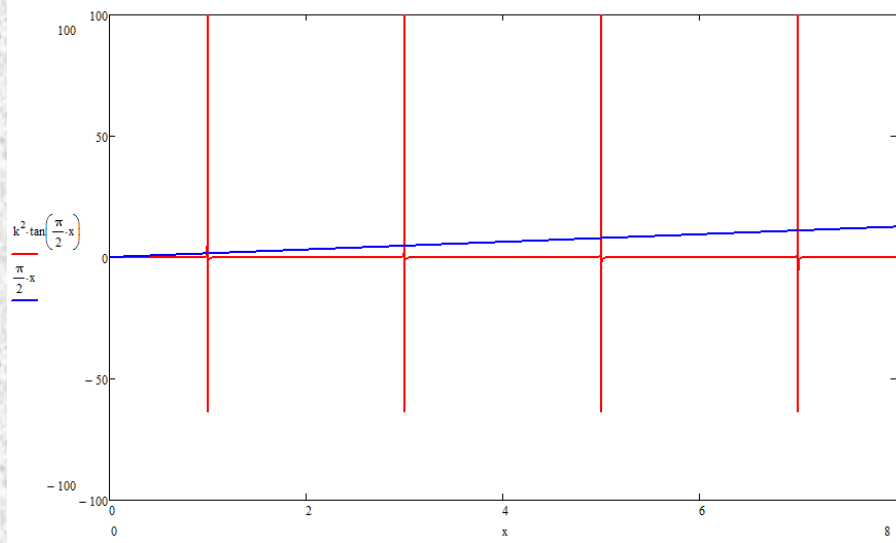


## Podstawowe „usztynwione” sposoby drgań płytek piezoelektrycznych (Kazis)

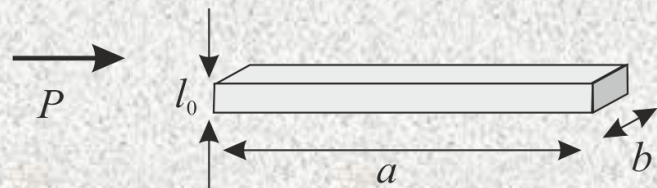


grubościowy  $f_0 = \frac{1}{l_0} \sqrt{\frac{C_{33}^D}{\rho}} x_n = \frac{v x_n}{l_0} \quad n=1, 3, 5...$

$x_n$  – kolejne pierwiastki równania  $k_t^2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} x\right) = \frac{\pi}{2} x \quad k_t = \frac{\varepsilon_{33}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^S C_{33}^D}}$



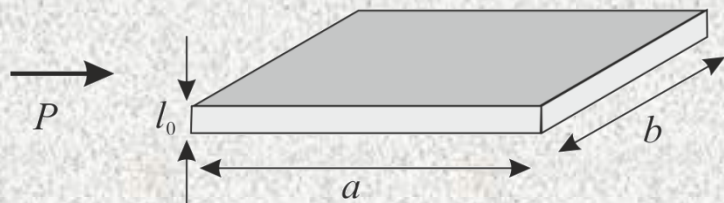
$x_1 \approx 0,996$



długościowy (podłużny) elektrody na końcach

$$f_0 = \frac{1}{2l_0 \sqrt{S_{33}^D \rho}} x_n = \frac{v x_n}{l_0} \quad n=1, 3, 5...$$

$x_n$  – kolejne pierwiastki równania  $k_{33}^2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} x\right) = \frac{\pi}{2} x \quad k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{\epsilon_{33}^T S_{33}^E}}$

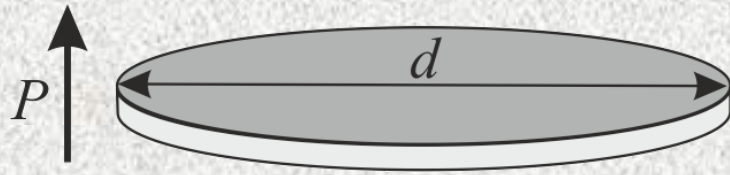


ścinający

$$f_0 = \frac{1}{2l_0} \sqrt{\frac{C_{44}^D}{\rho}} x_n = \frac{v x_n}{l_0} \quad n=1, 3, 5...$$

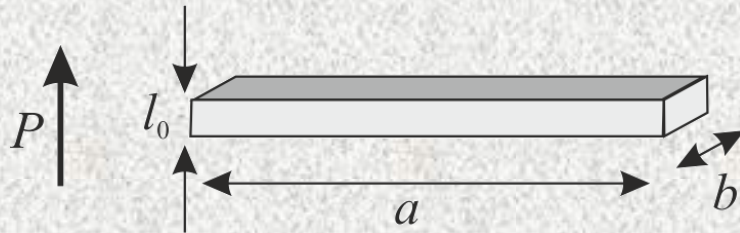
$x_n$  – kolejne pierwiastki równania  $k_{15}^2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} x\right) = \frac{\pi}{2} x \quad k_{15} = \frac{e_{15}}{\sqrt{\epsilon_{11}^S C_{44}^D}}$

## Podstawowe „swobodne” sposoby drgań płytek piezoelektrycznych (Kazis)



drgania radialne

$$f_0 = \frac{\xi}{2\pi d \sqrt{S_{11}^E \rho [1 - (T^E)^2]}} = \frac{\xi v}{2\pi d}$$



drgania długościowe – elektrody boczne

$$f_0 = \frac{n}{2a \sqrt{S_{11}^E \rho}} = \frac{nv}{2a} \quad n = 1, 3, 5 \dots$$

równanie ruchu dla płytki z cienkimi elektrodami ma postać:

$$\frac{m}{\alpha^2} \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r}{\alpha^2} \frac{di}{dt} + \frac{k}{\alpha^2} i = U_0 \omega \cos \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{prąd płynący przez płytkę}$$

$$q = \alpha d_{11} U \quad \text{generowany ładunek, } d_{11} \text{ moduł piezoelektryczny}$$

↙  
odkształcenie

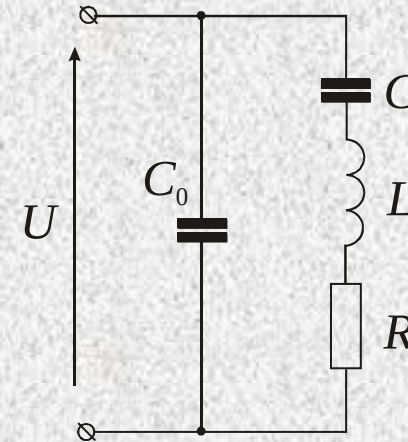
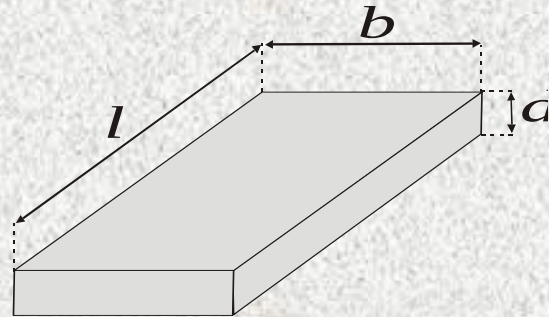
$$U = U_0 \sin \omega t$$

$$\alpha = \frac{F}{U} \quad \text{współczynnik przekształcenia elektromechanicznego (transdukcji)}$$

$m, r, k$  - parametry płytki związane z masą, tłumieniem drgań oraz pojemnością elektryczną



Dla płytki piezoelektrycznej z cienkimi elektrodami metalowymi można podać następujący elektryczny schemat zastępczy:



$$\alpha \sim \frac{bl}{dd_{11}}$$

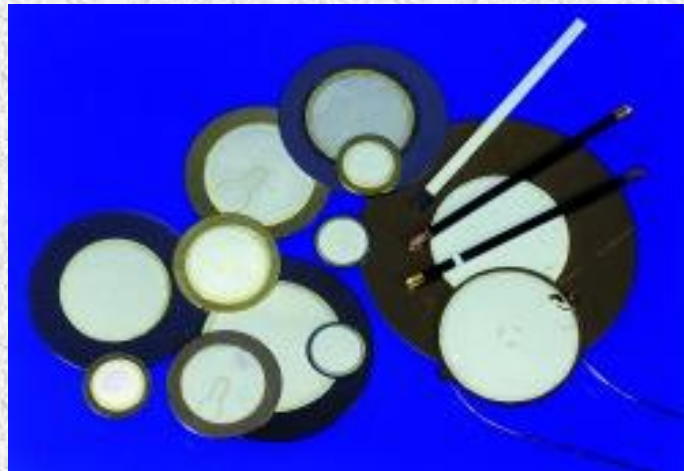
$$L = \frac{m}{\alpha^2} \quad R = \frac{r}{\alpha^2} \quad C = \frac{\alpha^2}{k}$$

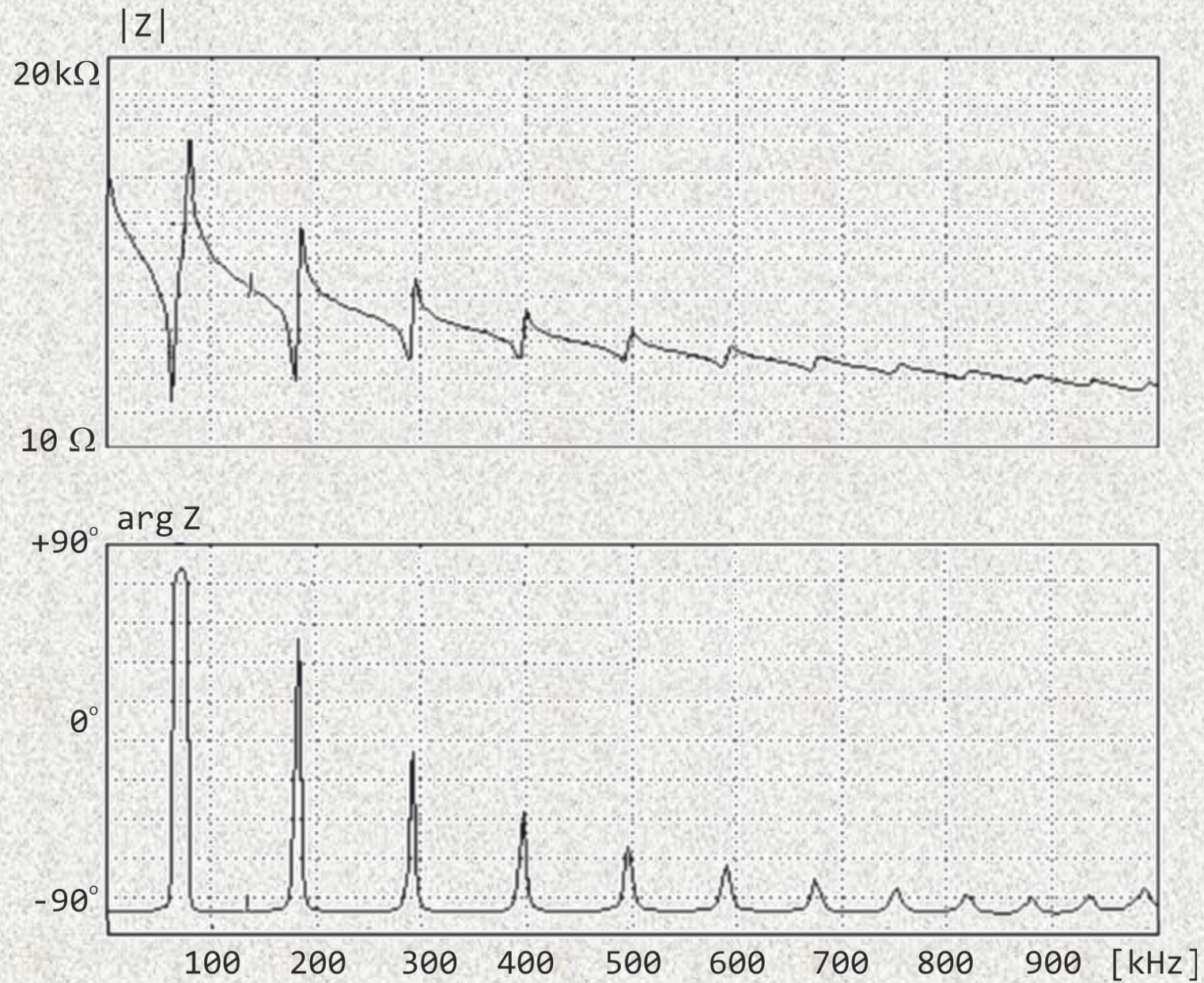
Ilościową miarą skuteczności przetwornika jest współczynnik sprzężenia elektromechanicznego

$$K = \frac{\text{energia mechaniczna}}{\text{energia elektryczna}} \quad \text{dla fal podłużnych} \quad K^l = d_{11} \sqrt{\frac{C_{11}}{\varepsilon_0}}$$

$\varepsilon_0$  – przenikalność elektryczna płytki nieruchomej

Przetworniki nie muszą mieć kształtu płytek



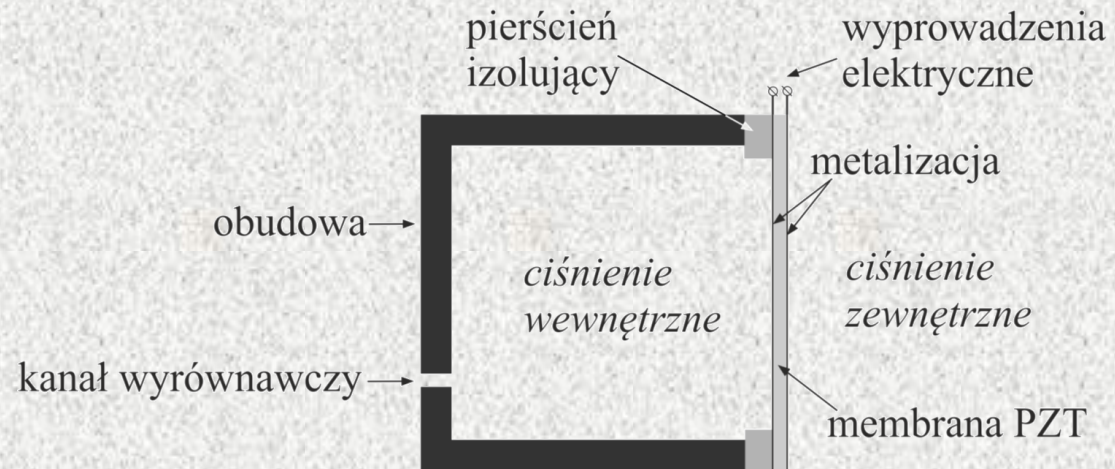




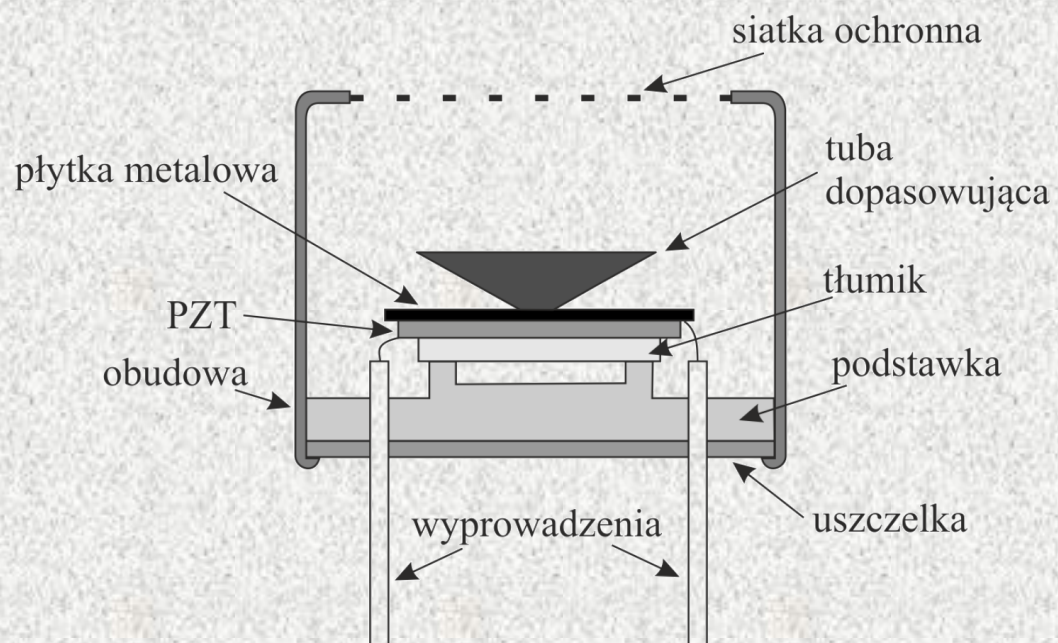
# **Przetworniki techniczne**



## Konstrukcje ciśnieniowe

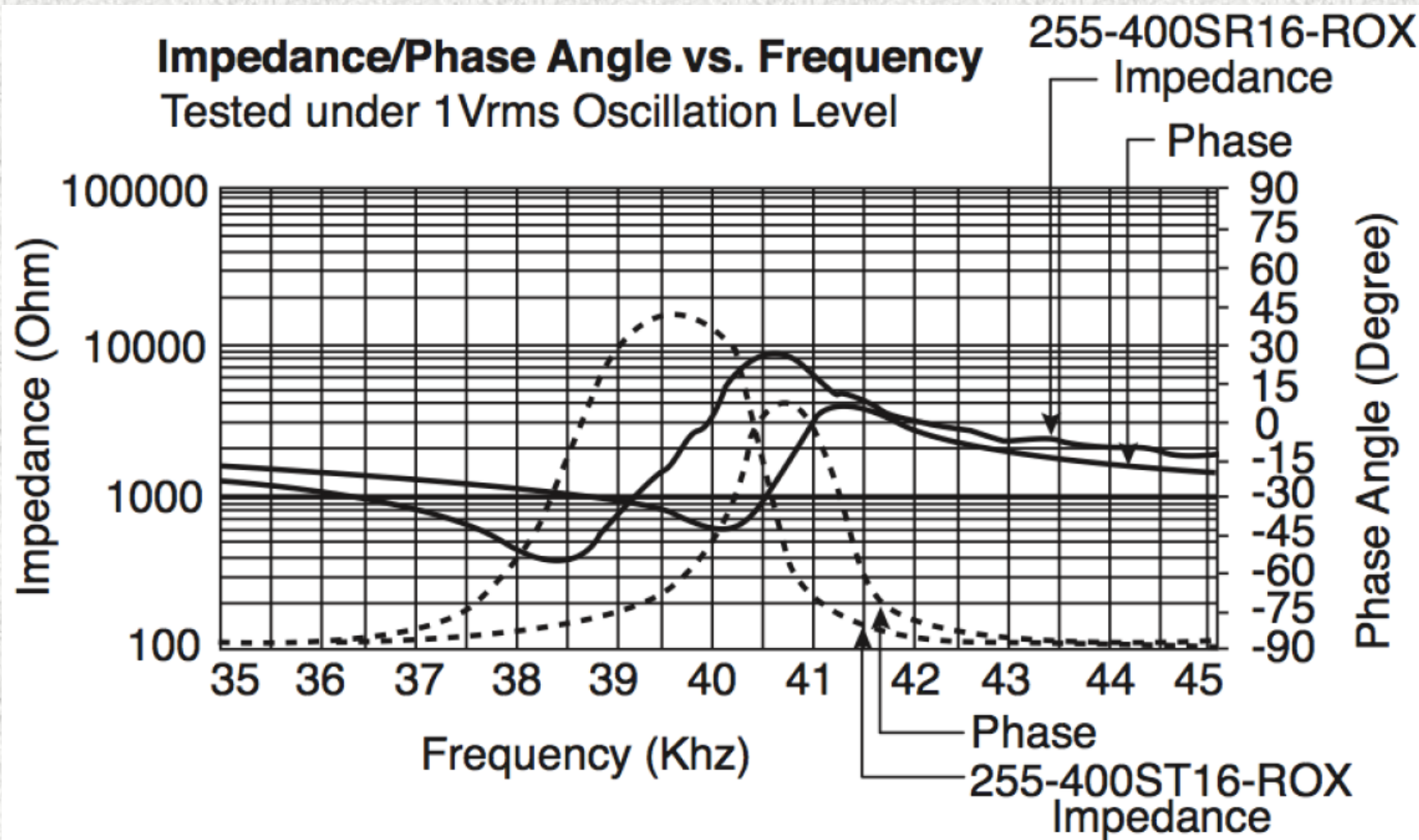


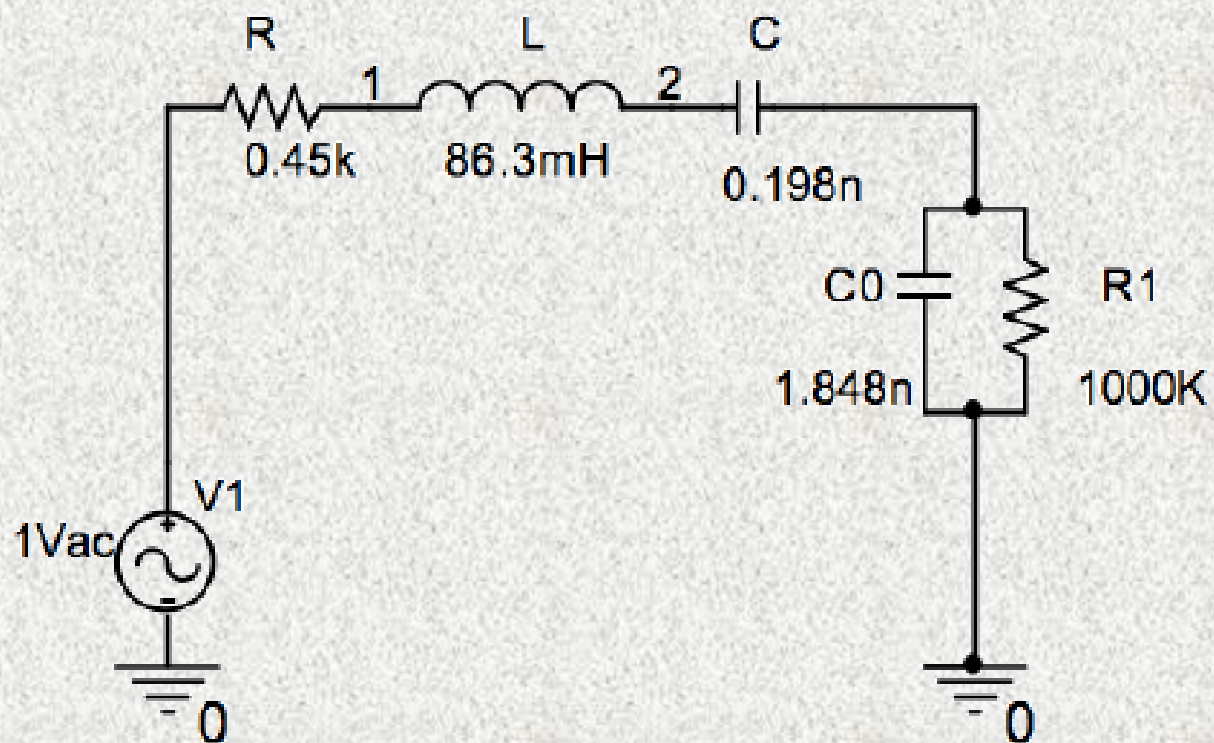
MA-40



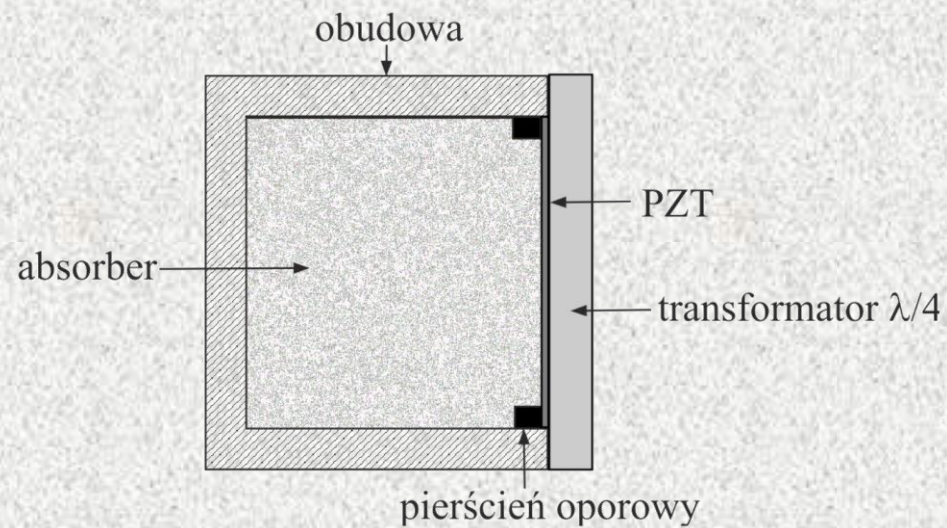
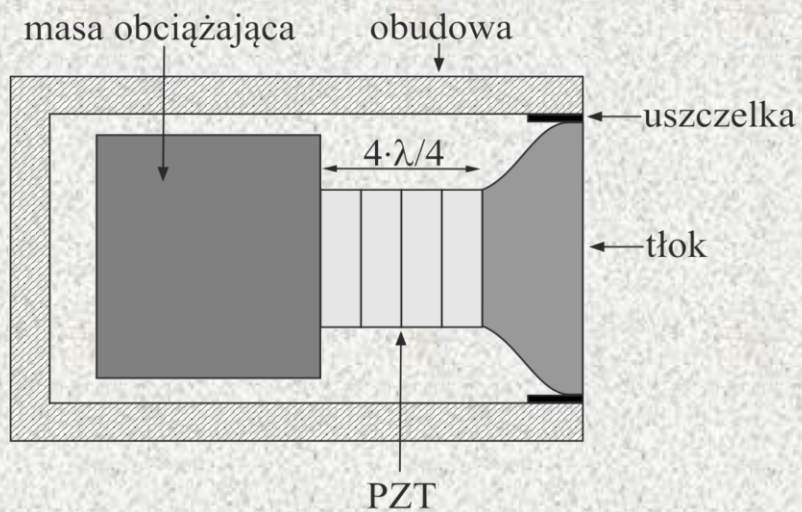
# Impedance/Phase Angle vs. Frequency

Tested under 1Vrms Oscillation Level



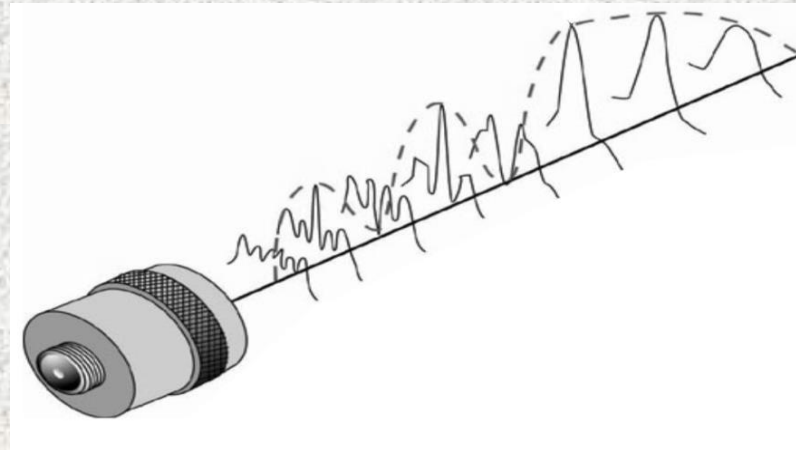
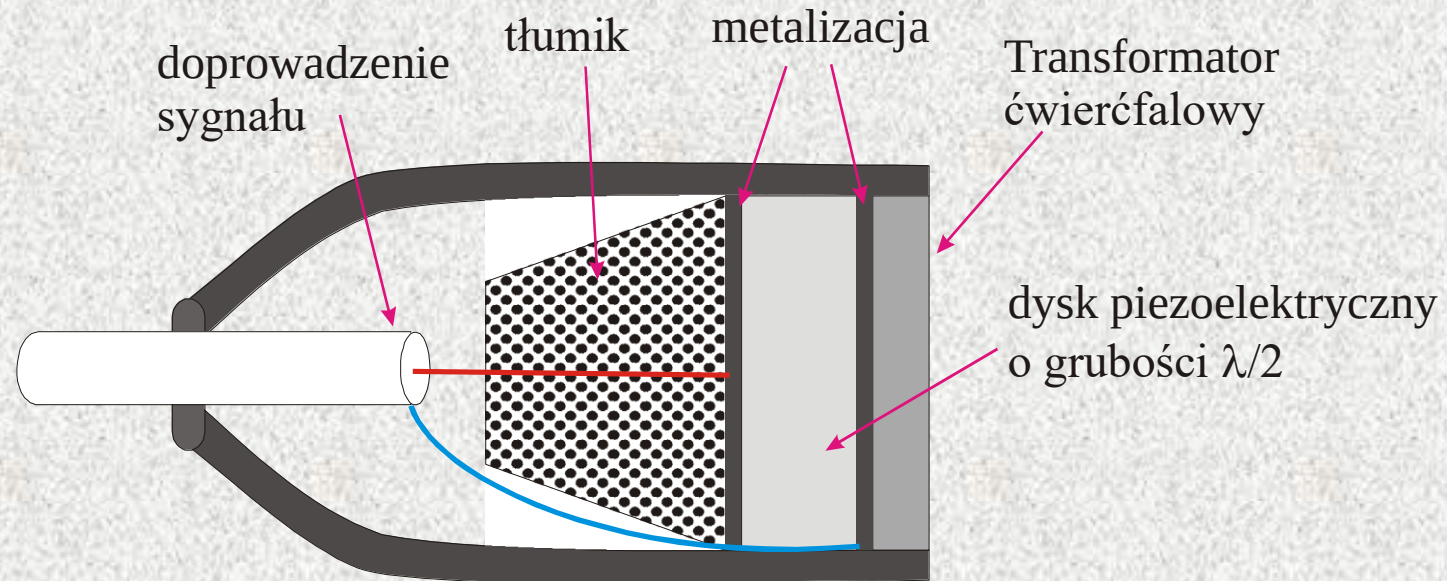


Tonpilz (niem. *Ton* - ton, *Pilz* - grzybek)

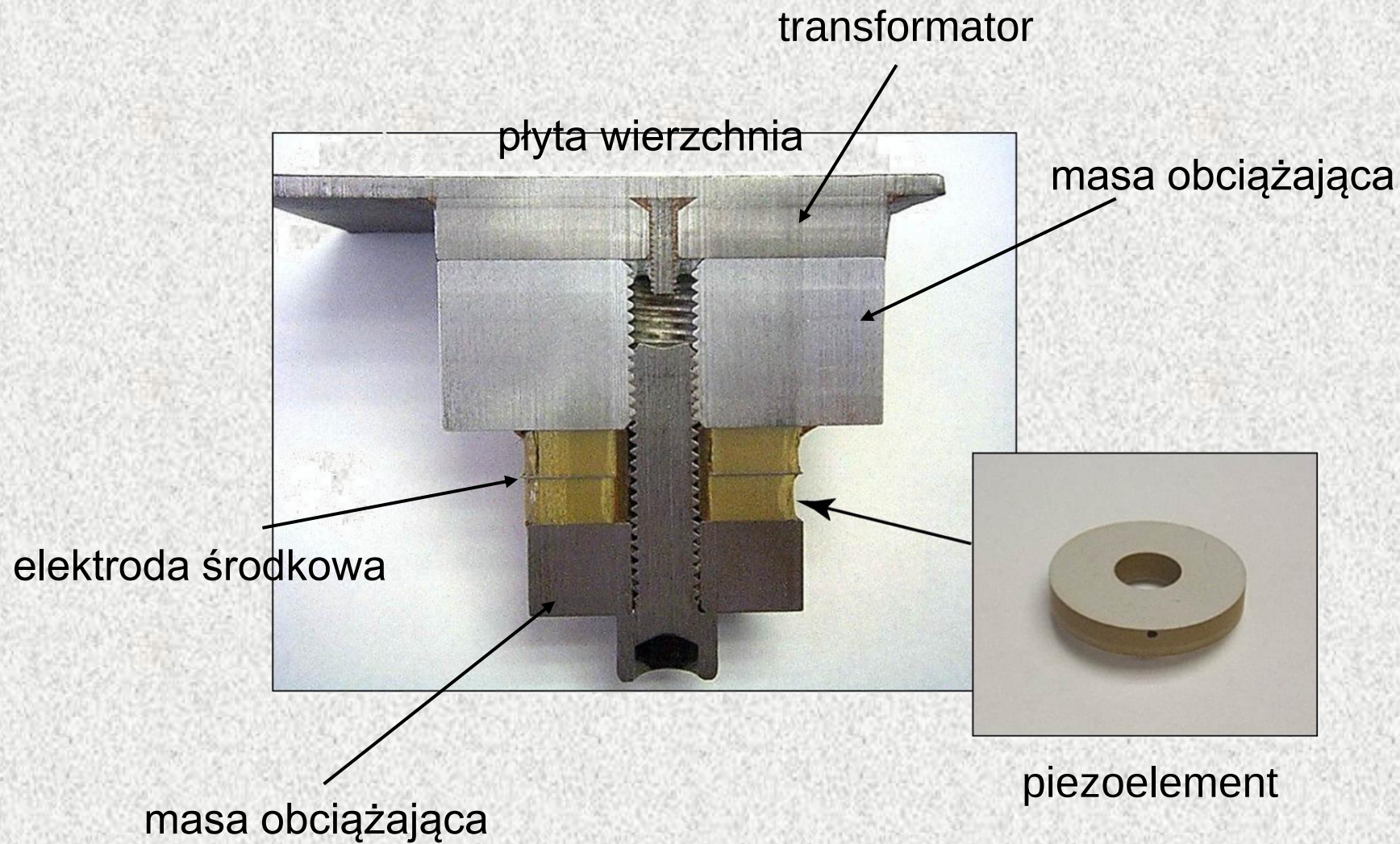




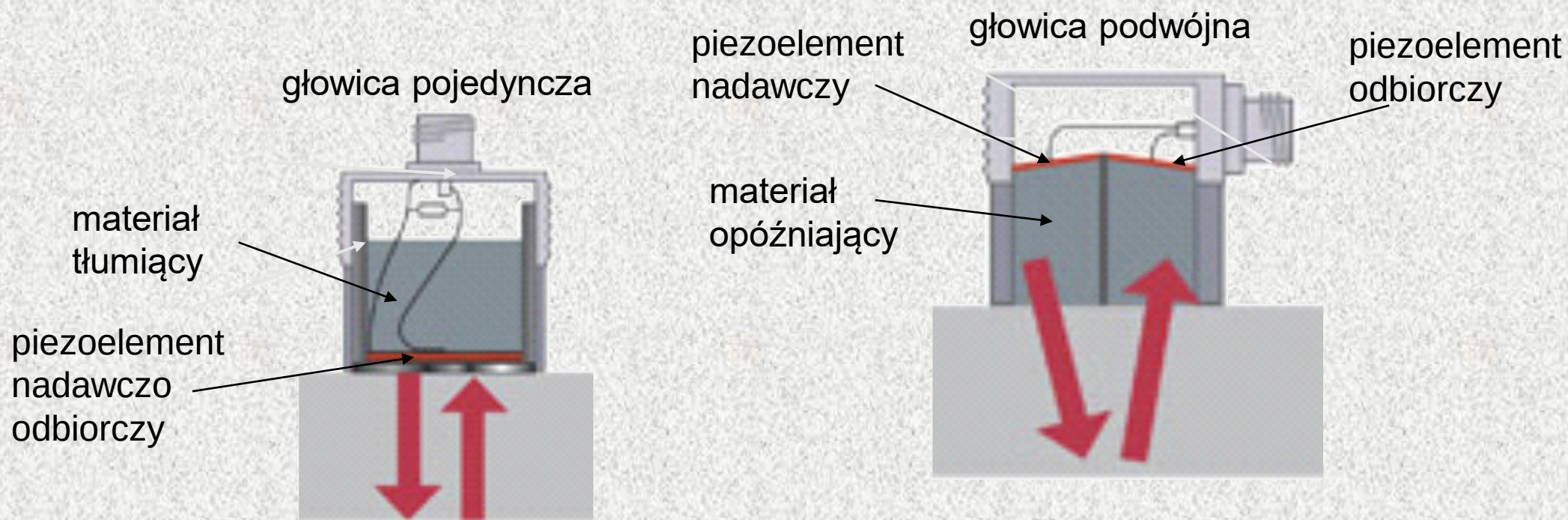
# Kierunkowanie energii



# Przekrój prostej głowicy piezoelektrycznej



# Główce monostatyczne i bistatyczne





# Głowice (przetworniki) do badań technicznych



przetwornik kontaktowy



przetwornik kątowy



przetwornik kontaktowy  
z linią opóźniającą



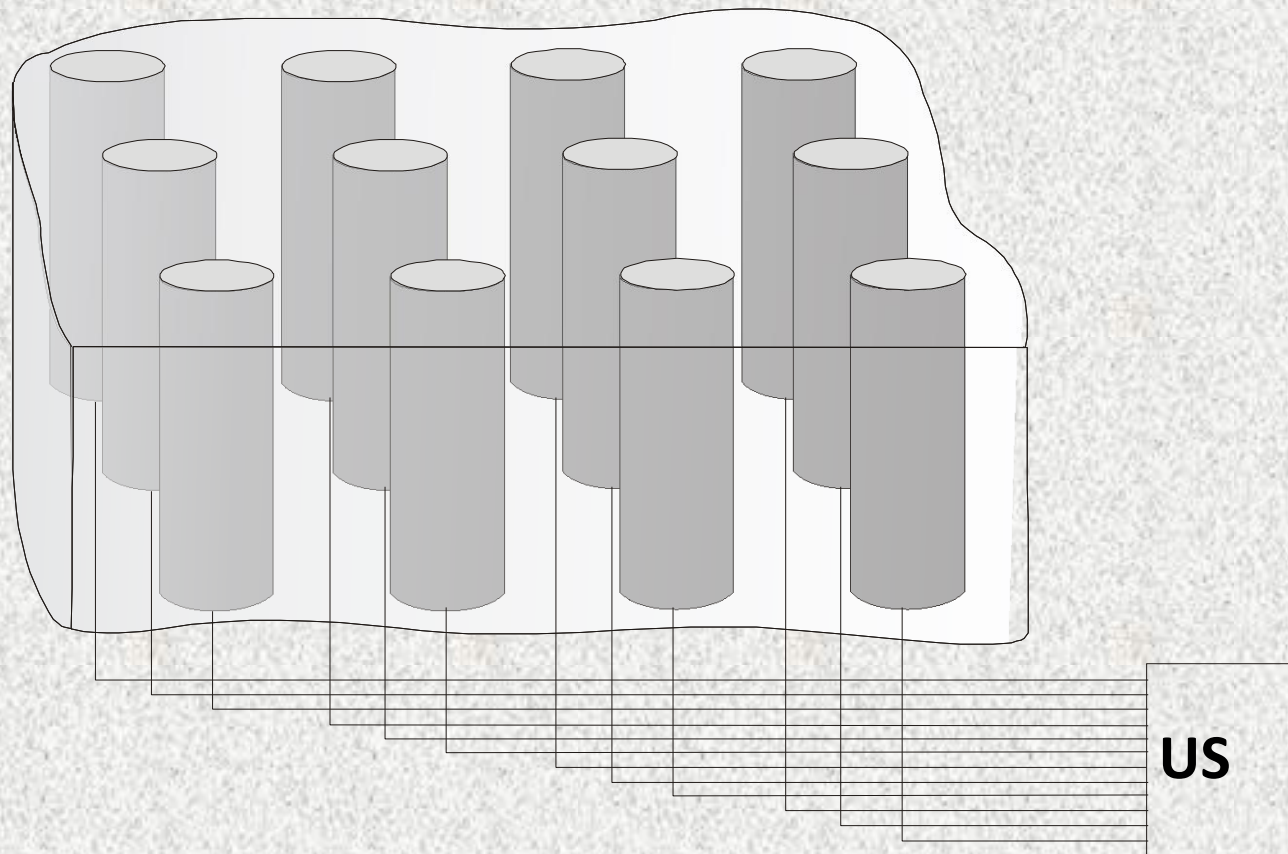
przetwornik immersyjny



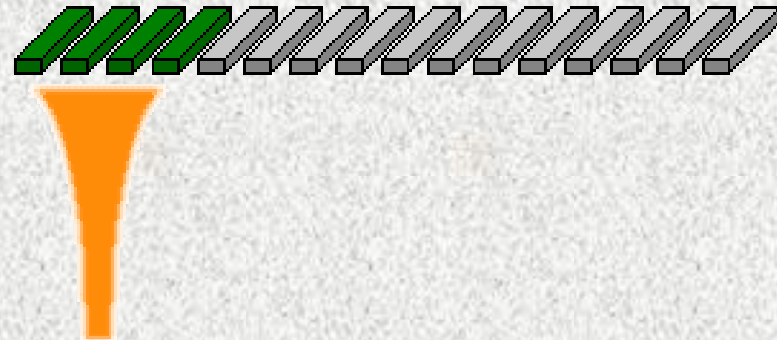
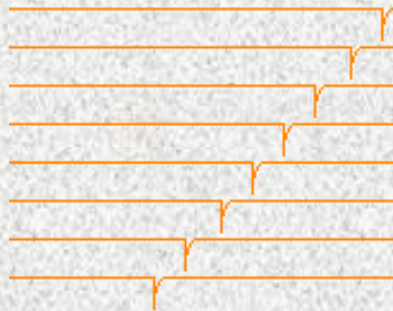
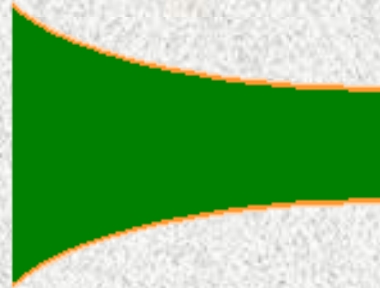
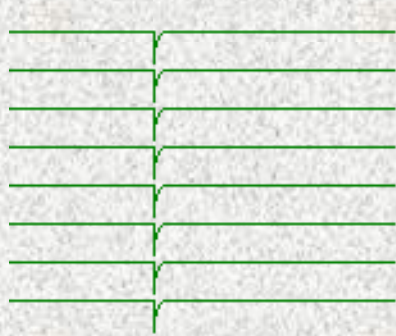
przetwornik podwójny  
(bistatyczny)



## Przetworniki medyczne: szyki fazowane

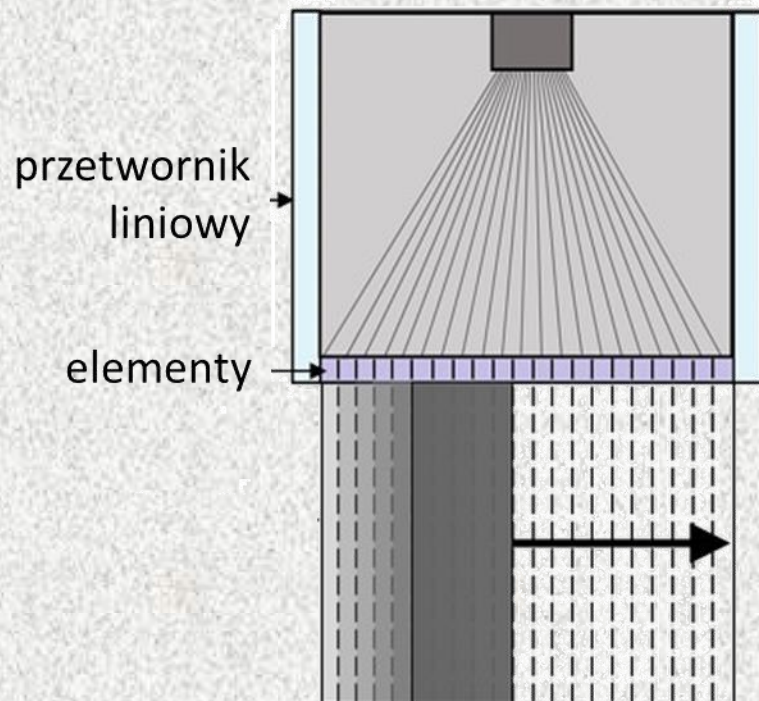


## Formowanie wiązki z wykorzystaniem wielu źródeł



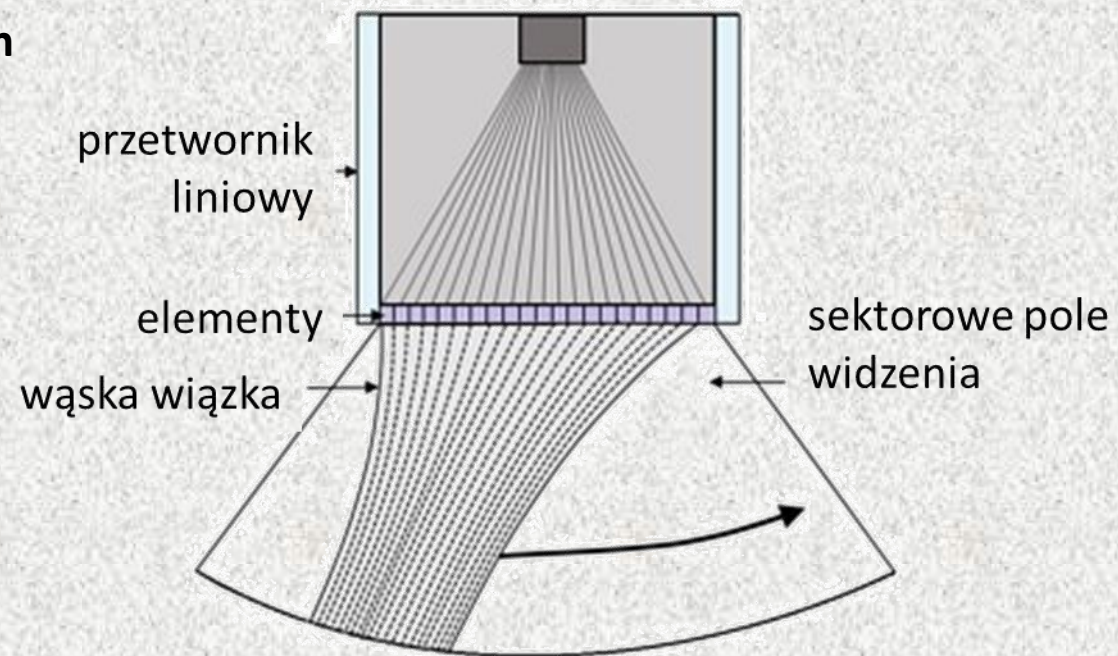
## Najczęściej stosowane szyki elementów promieniujących

szyk liniowy



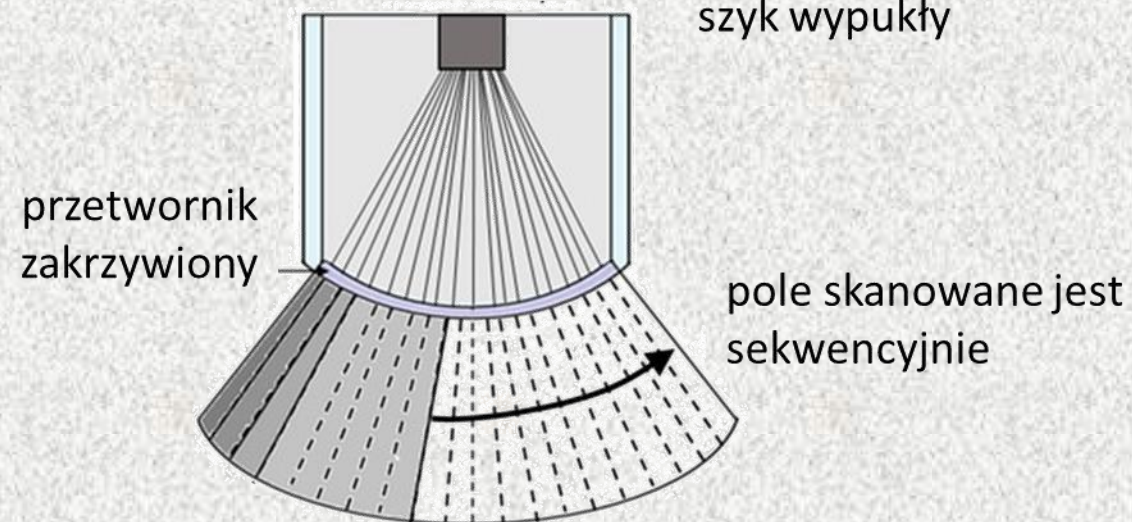
pole skanowane jest sekwencyjnie

szyk fazowy



sektorowe pole widzenia

szyk wypukły

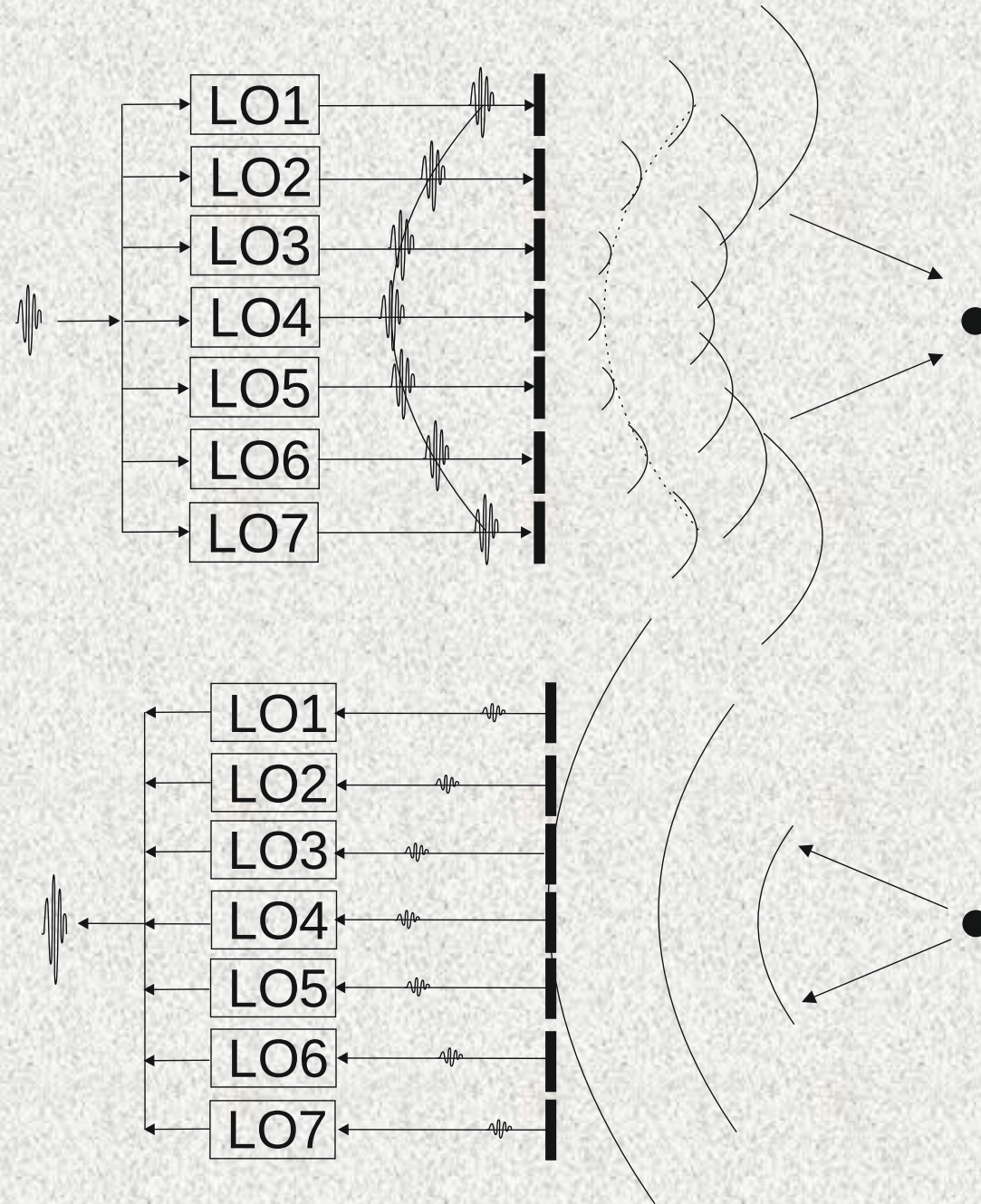


pole skanowane jest sekwencyjnie

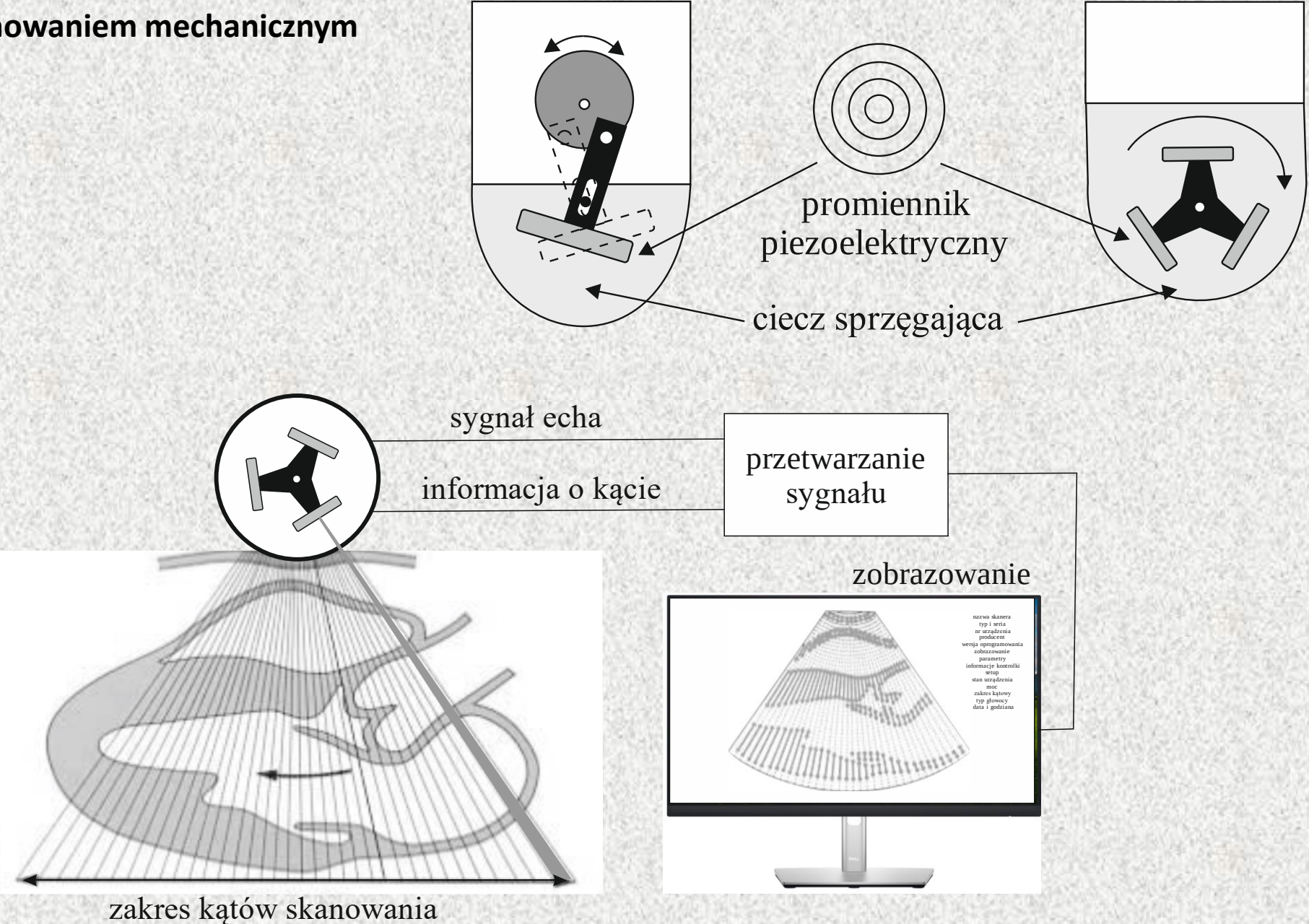




## Główce konweksowe



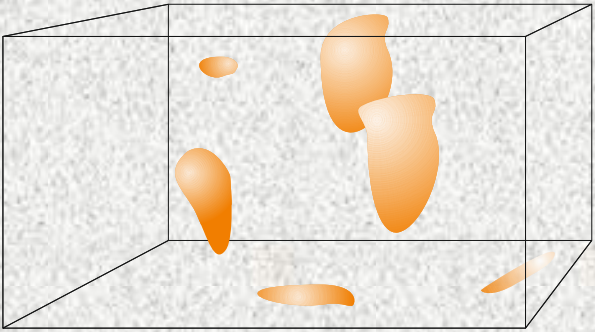
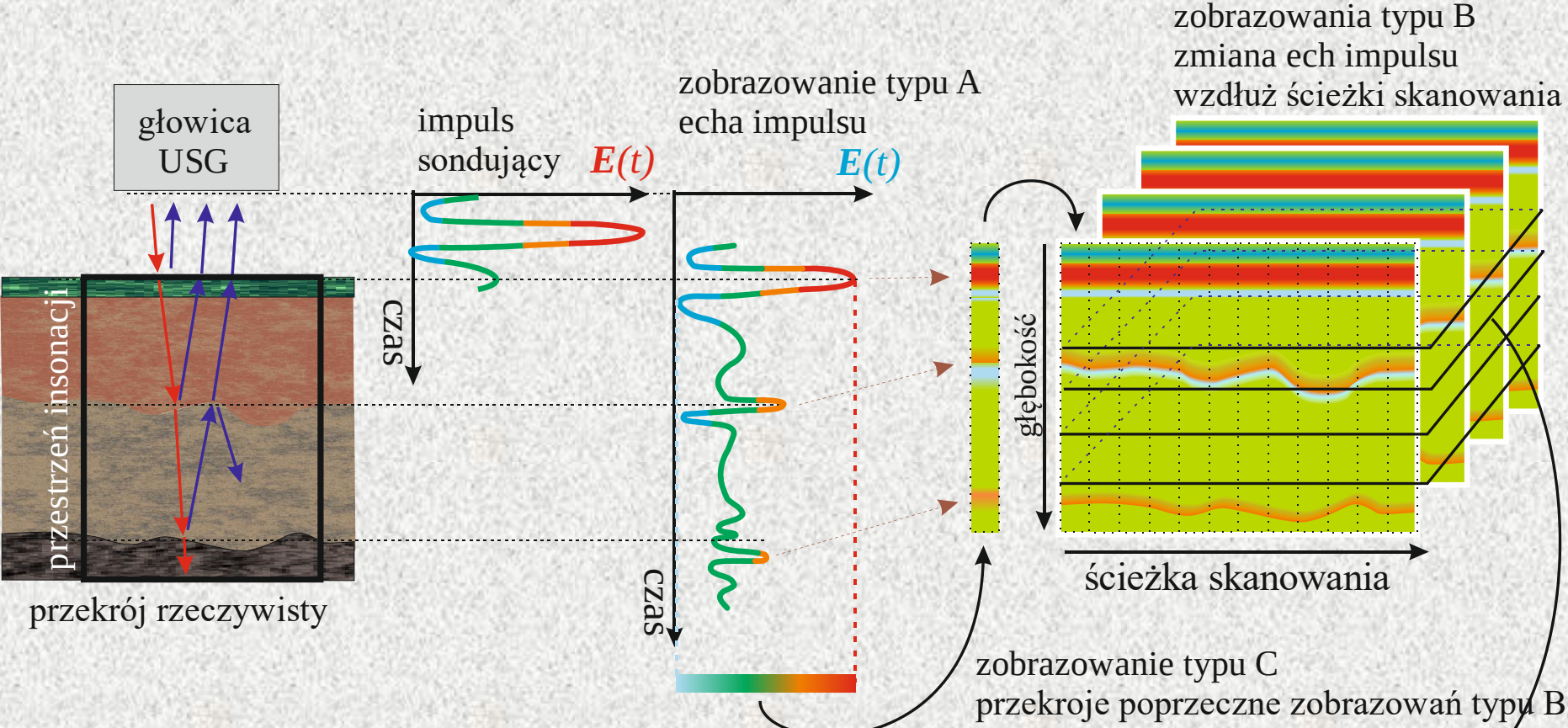
Układy ze skanowaniem mechanicznym



| Probe type  | Probe subtype            | Typical frequency range [MHz] | Main clinical application sites                                                                          |
|-------------|--------------------------|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Phased      | neonatal                 | 4–13                          | cardiac, transcranial, abdomen                                                                           |
|             | pediatric                | 2–9                           |                                                                                                          |
|             | adult                    | 1–5                           | cardiac, transcranial, abdomen, obstetrics (cardio-fetal)                                                |
| Convex      |                          | 1–8                           | abdomen (including vascular), gynecology, obstetrics                                                     |
|             |                          | 2–9                           | small adult and pediatric abdomen (including vascular), obstetrics (1st and 2nd trimesters of pregnancy) |
| Microconvex |                          | 3–11                          | vascular, neonatal, pediatrics, transcranial                                                             |
|             |                          | 1–7                           | abdomen, interventional                                                                                  |
| Linear      | MF                       | 3–11                          | vascular, pediatrics, superficial/small organs (e.g. breast, thyroid, testis), obstetrics                |
|             | HF                       | 4–18                          | vascular, superficial/small organs, abdomen, musculoskeletal                                             |
|             | VHF                      | 8–24                          | peripheral vascular, musculoskeletal, rheumatology, dermatology                                          |
|             | UHF                      | 30–70                         | dermatology, pre-clinical research                                                                       |
| Endocavity  | end-fire                 | 3–12                          | gynecology, obstetrics, urology                                                                          |
| Transrectal | dual array linear/convex | 4–13/3–13                     | urology                                                                                                  |
|             | dual array convex/convex | 2–12/2–12                     |                                                                                                          |



Tworzenie podstawowych obrazowań USG (echolokacyjnych)





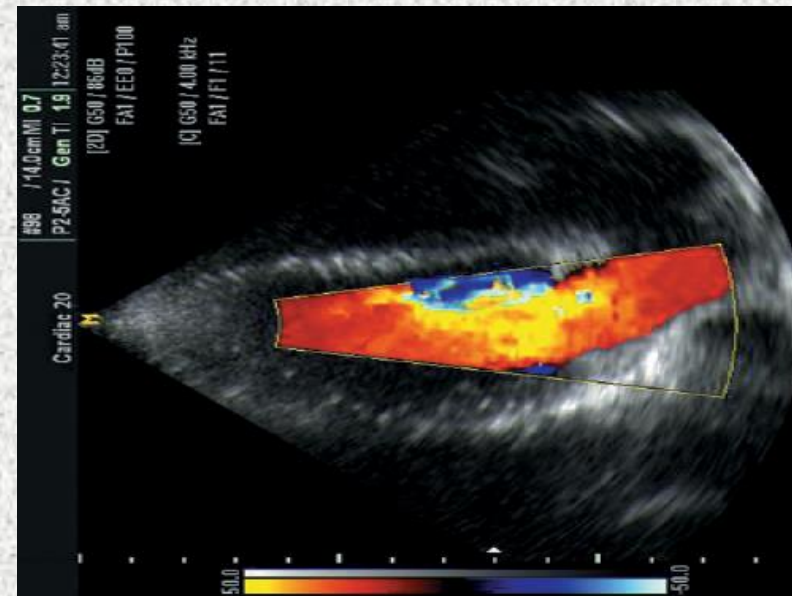
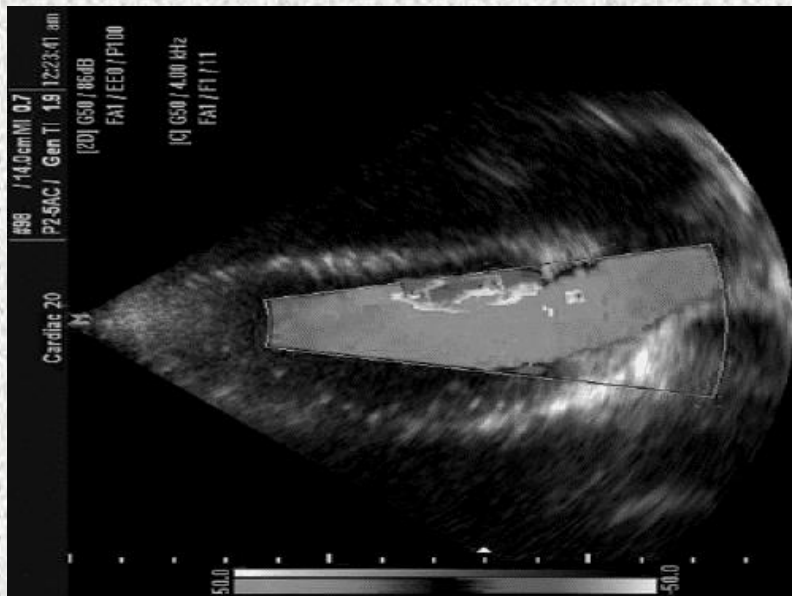
## Inne tryby obrazowań

Zobrazowanie typu M – tryb dopplerowski

Stosowany głównie w kardiologii

Jest to w zasadzie tryb B ale z poziomą osią czasu - zapis ruchu struktur podczas insonacji

Zobrazowanie typu C – tryb dopplerowski w kolorze (nazewnictwo niejednoznaczne)



| Typ głowicy                     | liniowa                                                                           | zakrzywiona                                                                         | sektorowa                                                                           | konweksowa                                                                          |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Przekrój wiązki                 |  |  |  |  |
| Zastosowania                    | skanowanie powierzchniowe szerokie ale płytkie                                    | skanowanie węższe od liniowego ale głębsze                                          | skanowanie wąskie ale głębokie                                                      | skanowanie szerokie i głębokie                                                      |
| Typowy zakres ogniskowania [mm] | 26-52                                                                             | 20-40                                                                               | 14-28                                                                               | 20-160                                                                              |

liniowa



zakrzywiona



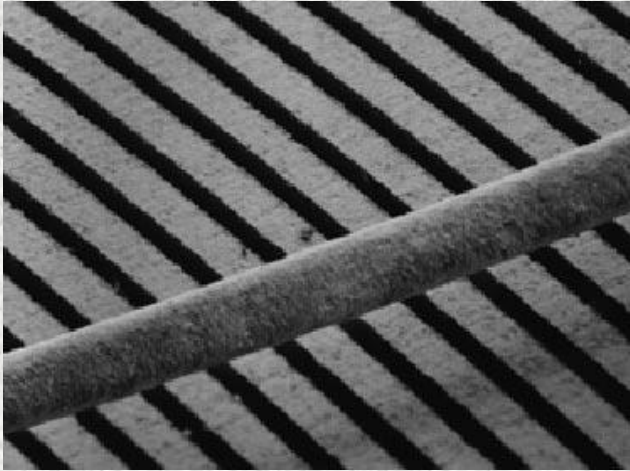
sektorowa



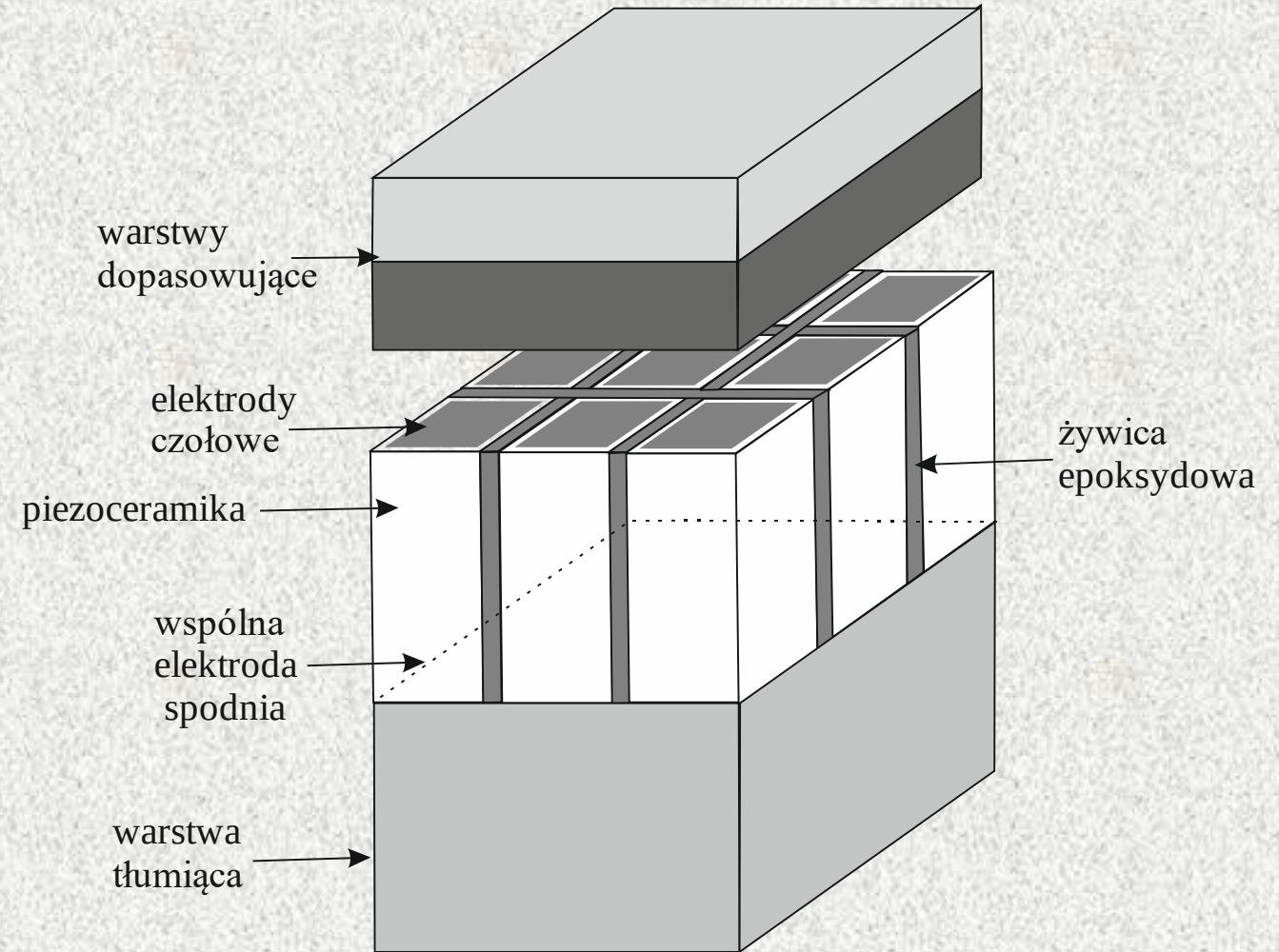
konweksowa



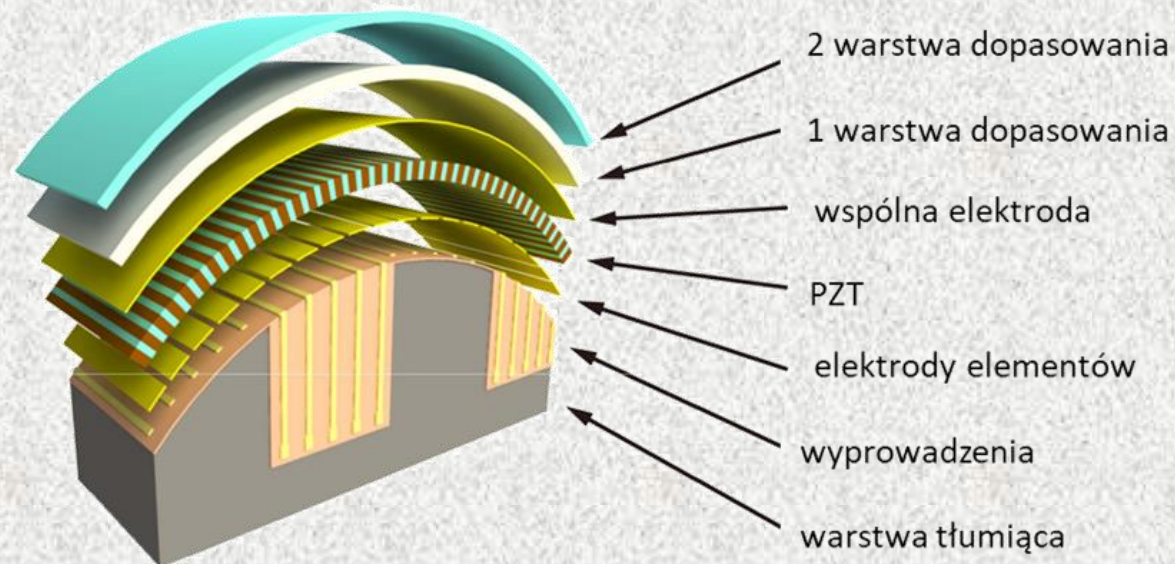
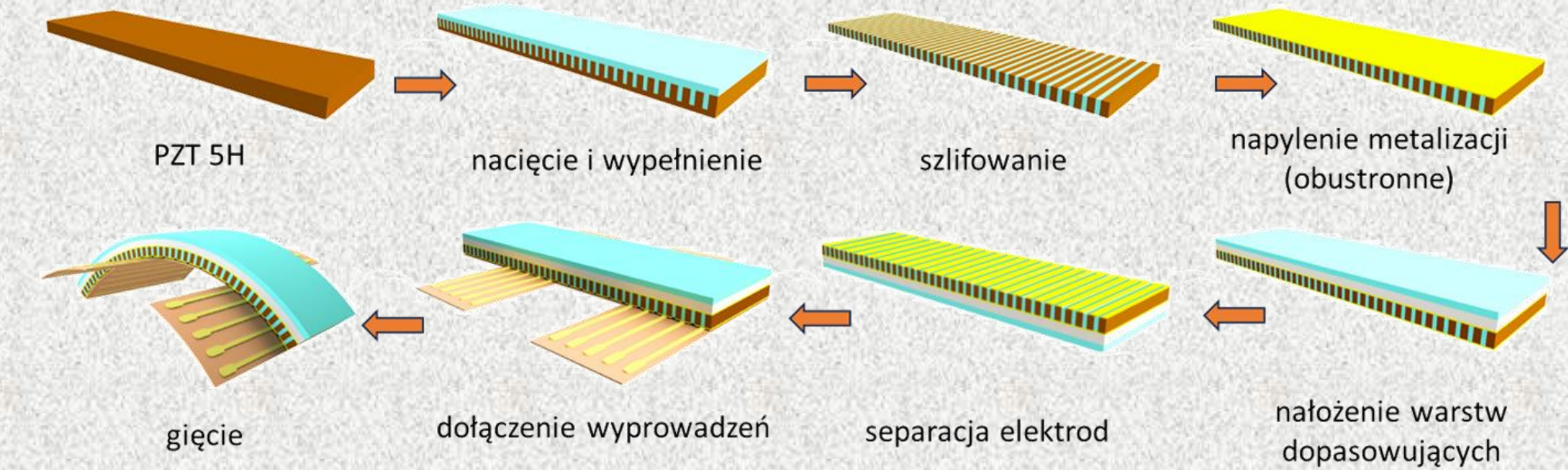
## Wewnętrzna budowa głowic



głowica liniowa  
dla uchwycenia skali ludzki włos

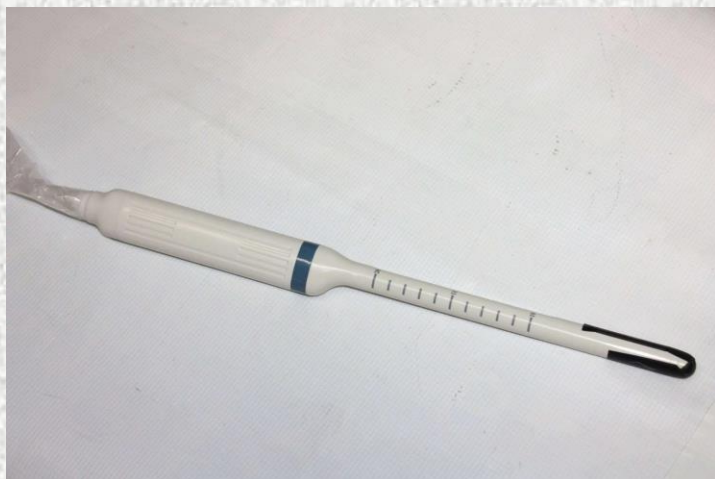
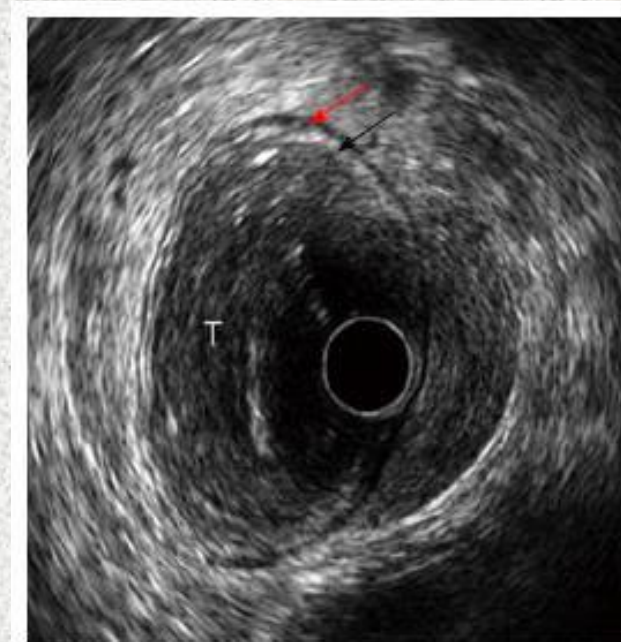
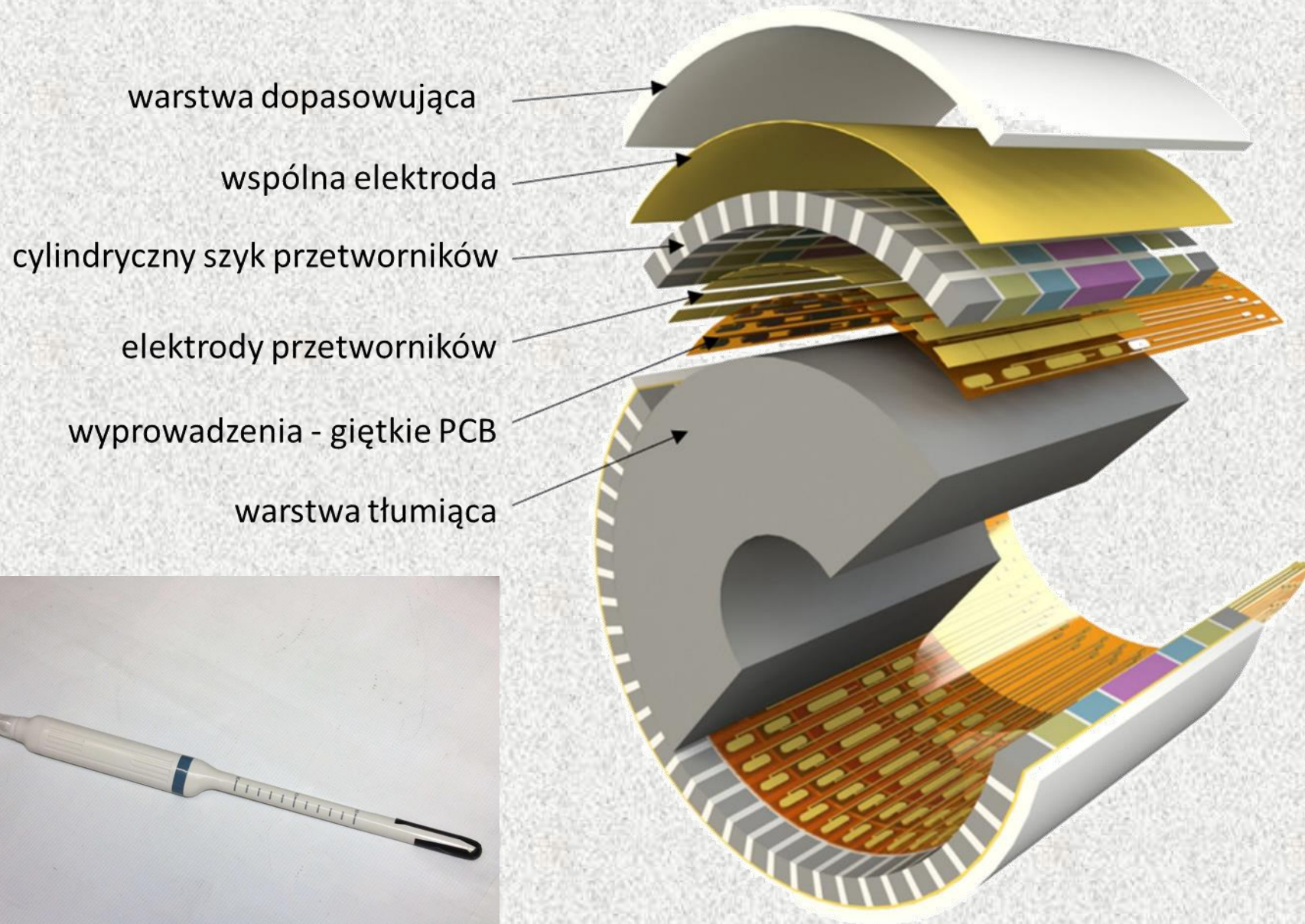








|                                    |                                                                                       |
|------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| częstotliwość środkowa             | 20 MHz                                                                                |
| liczba elementów promieniujących   | 128 (2 <sup>7</sup> )                                                                 |
| grubość przetwornika               | 0,1 mm 1,33 $\lambda$ w wodzie                                                        |
| szerokość elementu promieniującego | 0,087 mm                                                                              |
| Apertura w elewacji                | 1,8 mm                                                                                |
| Apertura w azymucie                | 11,3 mm                                                                               |
| Naturalna ogniskowa                | 10 mm                                                                                 |
| Promień krzywizny                  | 7,5 mm                                                                                |
| Pole widzenia                      | 97,8°                                                                                 |
| 1 warstwa dopasowująca             | 2-3 $\mu\text{m}$ Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + 42 $\mu\text{m}$ żywica epoksydowa |
| 1 warstwa dopasowująca             | Epo-Tek 301 33 $\mu\text{m}$                                                          |
| Materiał tłumiący                  | żywica epoksydowa ze sproszkowanym wolframem                                          |
| piezoelektryk                      | CTS-3203HD                                                                            |



| parametry użytych piezoelektryków    | PZT – 5H               | PZT producenta głowicy |
|--------------------------------------|------------------------|------------------------|
| prędkość fali                        | 4580 m/s               | 2997 m/s               |
| gęstość                              | 7500 kg/m <sup>3</sup> | 5082 kg/m <sup>3</sup> |
| wsp. sprzężenia elektromechanicznego | 0,51                   | 0,69                   |
| względna przenikalność elektryczna   | 1470                   | 514                    |
| tg kąta strat                        | 0,005                  | 0,013                  |
| impedancja akustyczna                | 34,35 MRayl            | 15,23 MRayl            |

|                                  |              |
|----------------------------------|--------------|
| częstotliwość środkowa           | 6 MHz        |
| wymiary elementu promieniującego | 365 × 390 μm |
| szerokość przerwy                | 25 μm        |
| liczba elementów                 | 84 × 7       |
| średnica zewnętrzna              | 11 mm        |
| wymiar w elewacji                | 2 575 mm     |
| wymiar w azymucie                | 32 735 mm    |



## Parametry głowic USG

Typ głowicy

Częstotliwość środkowa

Pasmo

Czas trwania impulsu sondującego

Czas powtarzania impulsów

Rodzaj modulacji wewnątrzimpulsowej

SNR

Kąt obserwacji (bryłowy)

Powierzchnia insonacji

Charakterystyka kierunkowa wiązki

Zysk kierunkowy

Zysk energetyczny

Czułość

Impedancja akustyczna

Zakres głębokości penetracji

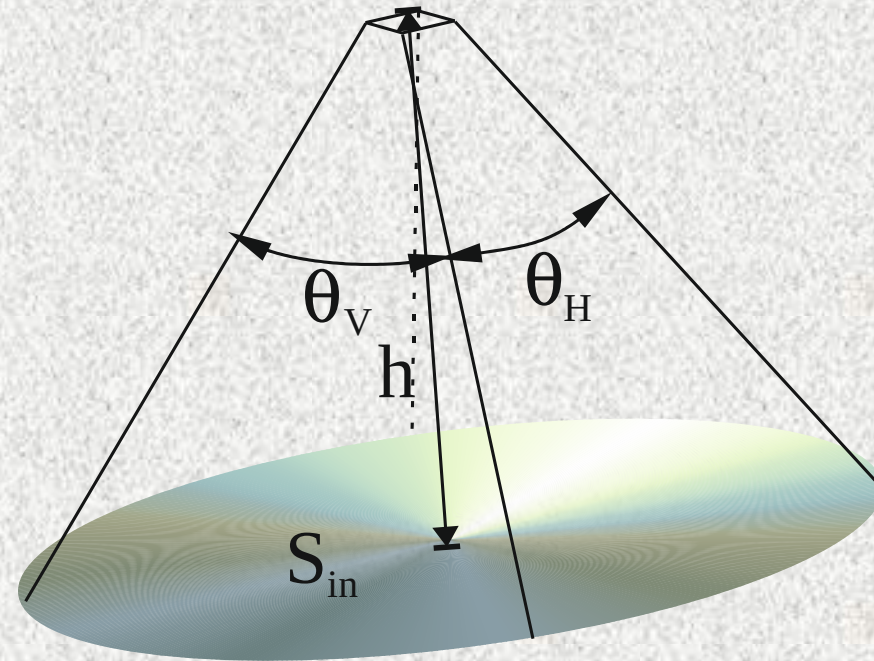
Strefa ślepa

Zakres temperatur pracy

Zakres emitowanej mocy

Wartości ciśnień akustycznych

Rozmiary geometryczne



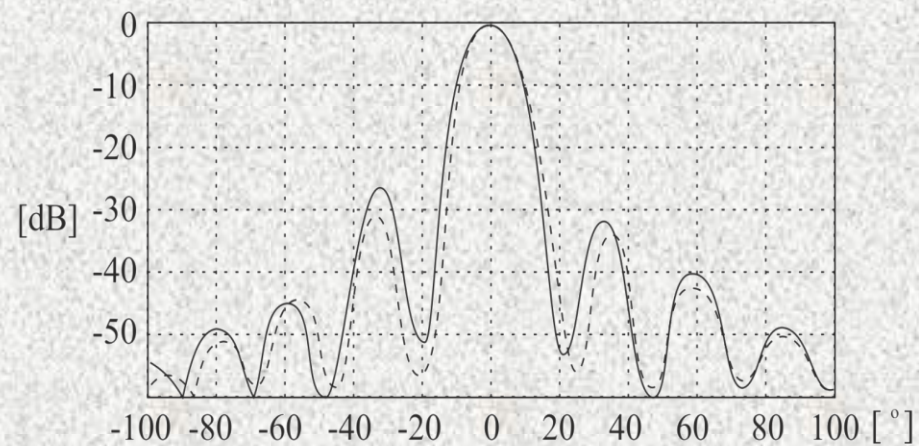
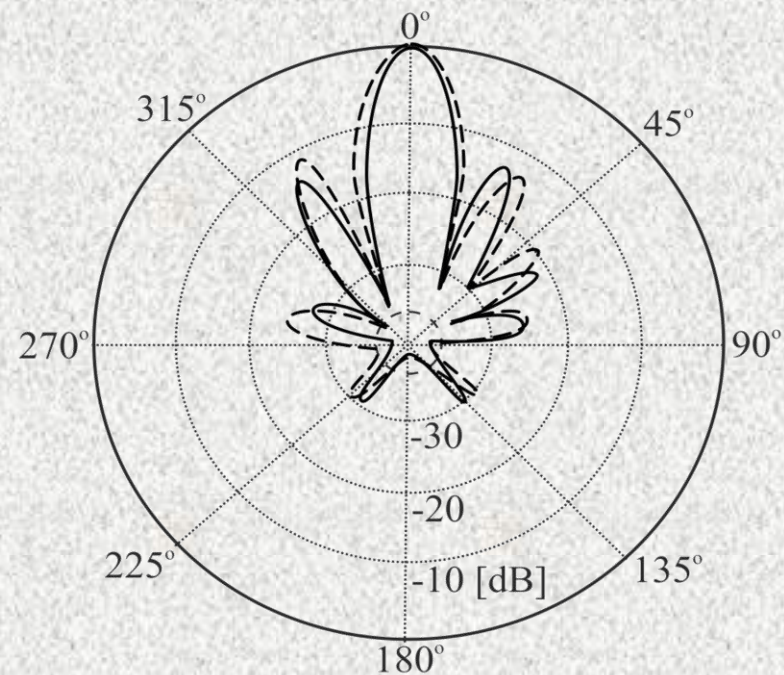
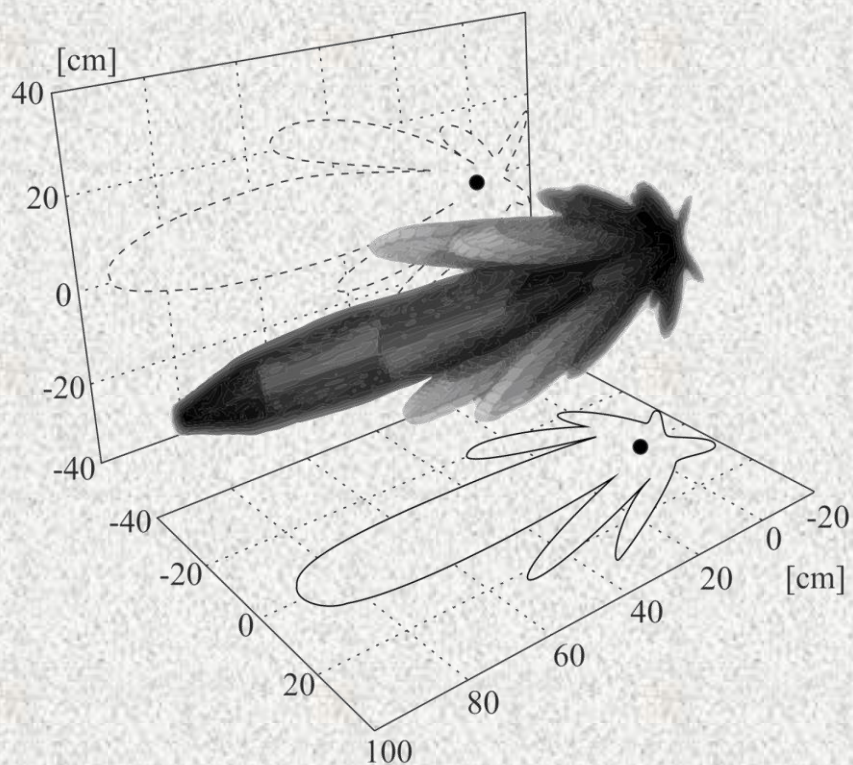


## Parametry przestrzenne wiązki

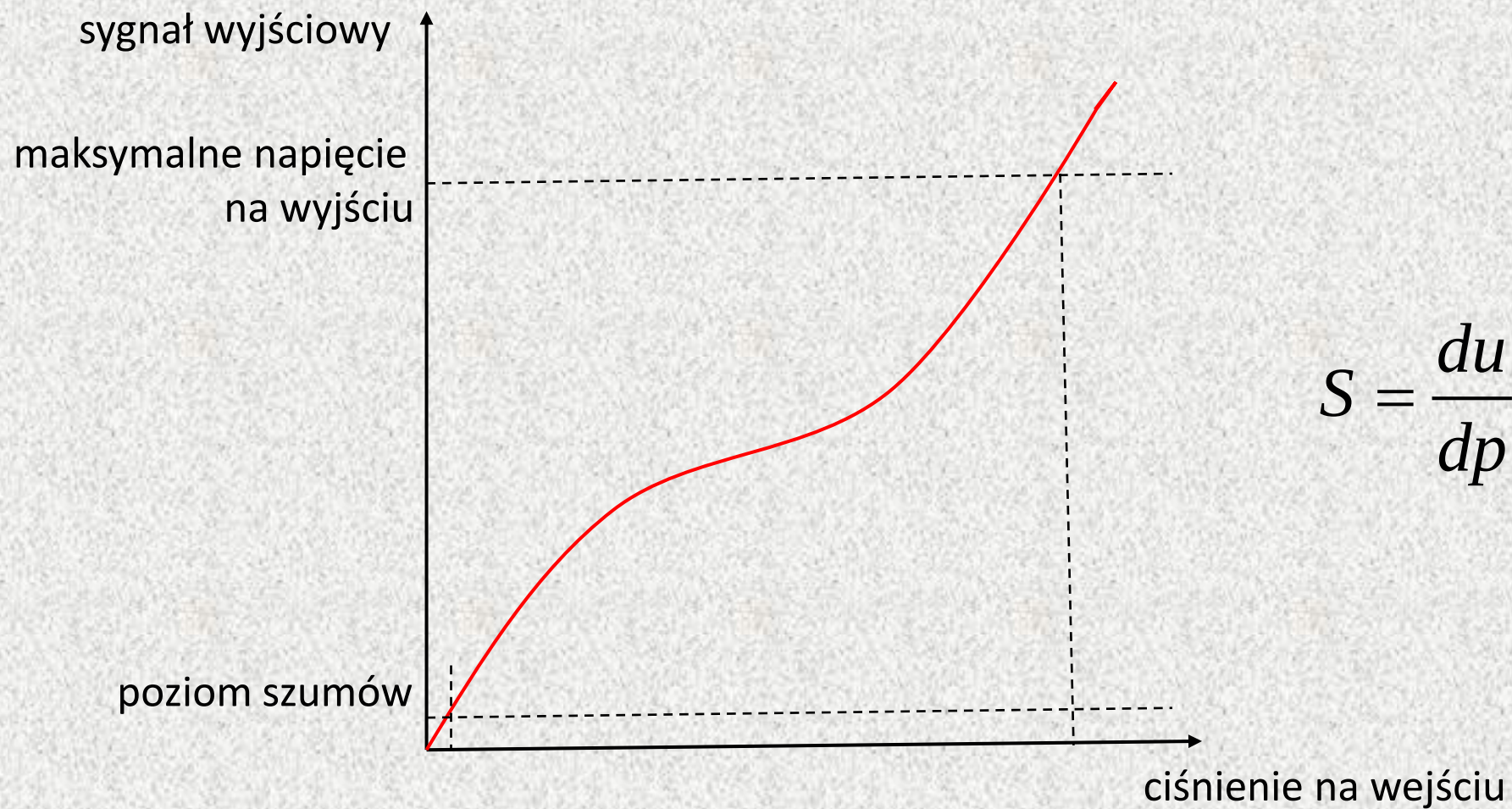
zysk kierunkowy  $G = 10 \log \frac{P_K}{P_I}$  [dB]

zysk energetyczny uwzględnia straty

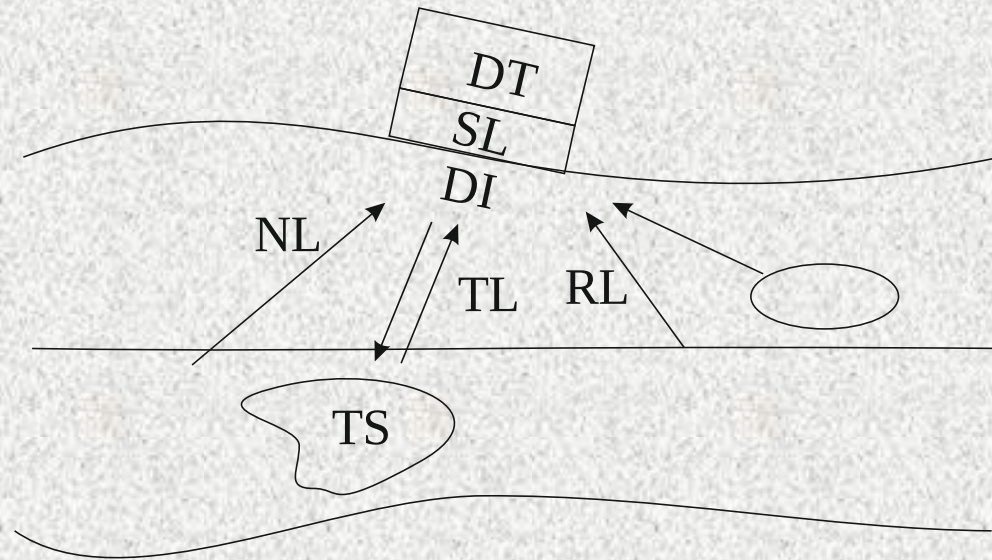
kształt charakterystyki wiązki



## Czułość i zakres dynamiczny



## Podstawowe parametry wpływające na głębokość penetracji



*SL* – poziom źródła

*TL* – straty transmisyjne (transmission loss)

*NL* – poziom szumu tła (noise level)

*DI* – kierunkowość przetworników (directivity index)

*RL* – poziom pogłosu (reverberation level)

*TS* – uśredniony współczynnik odbicia celu (target strength)

*DT* – próg detekcji (detection threshold)



## Podstawowe parametry

|                                                                                                                                               |                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| poziom ciśnienia dźwięku (sound pressure level)<br>$SPL = 20 \log (P/P_0) = 10 \log (P/P_0)^2$ [dB]                                           | $P_0 = 1 \mu Pa$                                       |
| poziom mocy dźwięku (sound power level)<br>$WL = 10 \log W/W_0$ [dB]                                                                          | $W_0 = 1 pW$                                           |
| poziom spektralny mocy dźwięku (sound power spectrum level)<br>$WSL = WL - 10 \log B$ [dB]                                                    | B – pasmo systemu                                      |
| poziom natężenia dźwięku (sound intensity level)<br>$IL = 10 \log (P^2/Z)$ [dB]                                                               | Z – impedancja akustyczna<br>dB w stosunku do $pW/m^2$ |
| Poziom źródła (source level) $SL = 20 \log (P \cdot r)/(P_0 \cdot r_0)$<br>$= 20 \log (P/P_0) + 20 \log (r/r_0) = 20 \log P + 20 \log r$ [dB] | $r_0$ odległość odniesienia                            |

Maksymalny poziom dźwięku w diagnostyce medycznej wynosi  $6,62 \cdot 10^{-2} W/m^2$

natężenie dźwięku

Przyjmując natężenie odniesienia jak dla ludzkiego słuchu tj.  $10^{-12} W/m^2$

$$I = \frac{1}{2} \frac{P^2}{Z} \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$

$$SL_M = 10 \log (6,62 \cdot 10^{-2} / 10^{-12}) = 101,23 \text{ dB}$$

### **W systemach bezkierunkowych**

$$SL = 10 \log \left( \frac{P / PSJ}{I_0} \right) = 10 \log P + 10 \log \left( \frac{PSJ}{I_0} \right)$$

PSJ jest powierzchnią sfery jednostkowej. Jeśli przyjąć 1 m oraz  $I_0 = 0,67 \cdot 10^{-18} \text{ [W/m}^2\text{]}$ , to

$$SL = 10 \log \left( \frac{P / PSJ}{I_0} \right) = 10 \log P + 171 \text{ dB}$$

Zmniejszenie sfery do 0,1 m daje  $SL = 10 \log P + 77 \text{ dB}$

**W systemach systemy kierunkowych**

$$SL = 10 \log \left( \frac{P / PSJ}{I_0} \right) + DI = 10 \log P + 10 \log \left( \frac{PSJ}{I_0} \right) + DI$$

$DI$  – kierunkowość przetworników (directivity index)

$$DI = 10 \log \frac{I_D}{I_I}$$

$I_D$  - natężenie dźwięku w środku wiązki

$I_I$  - natężenie dźwięku źródła izotropowego o tej samej mocy  
mierzone w tym samym punkcie co  $I_D$

dla szyku liniowego

$$DI = 10 \log \frac{2L}{\lambda} \quad \theta_{3dB} = \pm \frac{25,3\lambda}{L} \left[ ^\circ \right]$$

dla szyku planarnego

$$DI = 10 \log \frac{4\pi L_x L_y}{\lambda^2} \quad \theta_{3dB} = \pm \frac{25,3\lambda}{L_{x,y}} \left[ ^\circ \right]$$



## Równania echolokatora aktywnego

w warunkach ograniczonego pogłosu

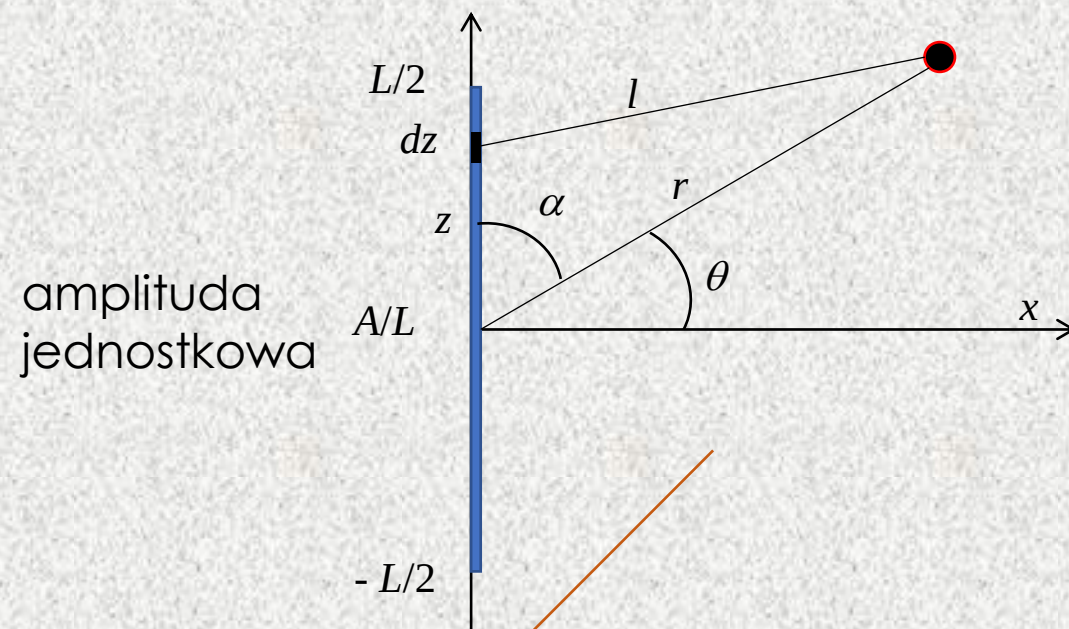
$$DT = SL - 2TL + TS - NL + DI$$

w warunkach ograniczonego szumu (z pominięciem kierunkowości)

$$DT = SL - 2TL + TS - RL$$

Próg detekcji jest tu rozumiany jako granica słyszalności – poziom dźwięku pozwalający stwierdzić istnienie obiektu

## Pole akustyczne liniowego szczytu przetworników



$$l^2 = r^2 + z^2 - 2r \cdot z \cos \alpha \longrightarrow l = r \sqrt{1 - \frac{2z}{r} \sin \theta + \frac{z^2}{r^2}}$$

$$\sqrt{1+a} \approx 1 + \frac{a}{2} \longrightarrow l \approx r \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( -\frac{2z}{r} \sin \theta + \frac{z^2}{r^2} \right) \right]$$

dla  $z \ll r$

$$l \approx r - z \sin \theta$$

Zmiana ciśnienia na pozycji  $(r, \theta)$  wywołana przez element o długości  $dz$  ulokowany na pozycji  $z$

$$dp = \frac{A}{L} \frac{1}{l} e^{-i(kl - \omega t)} dz$$

$$p = \frac{A}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{l} e^{-i(kl - \omega t)} dz$$

ale  $l \approx r - z \sin \theta$

$$p \approx \frac{A}{L} e^{-i(kr - \omega t)} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{r - z \sin \theta} e^{ikz \sin \theta} dz$$

zakładając  $z \sin \theta \ll r$

$$\frac{1}{r - z \sin \theta} \approx \frac{1}{r}$$

$$p \approx \frac{A}{rL} e^{-i(kr - \omega t)} \int_{-L/2}^{L/2} e^{ikz \sin \theta} dz$$

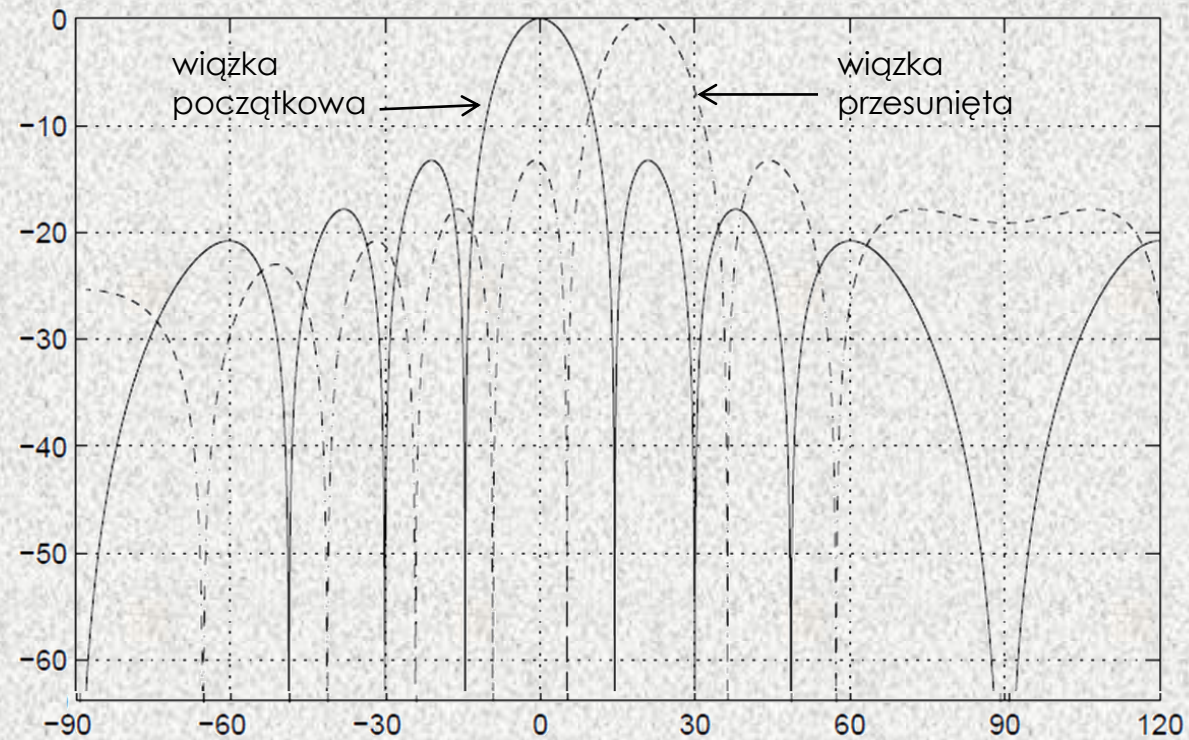
$$p \approx \frac{A}{rL} e^{-i(kr - \omega t)} \left[ \frac{e^{\frac{1}{2}ikL \sin \theta} - e^{-\frac{1}{2}ikL \sin \theta}}{ik \sin \theta} \right]$$

$$p \approx \frac{A}{rL} e^{-i(kr - \omega t)} \left[ \frac{\sin\left(\frac{1}{2}kL \sin \theta\right)}{\frac{1}{2}kL \sin \theta} \right]$$

Dla szyku sterowanego

$$dp = \frac{A}{Lr} \frac{1}{l} e^{-iz(k \sin \theta - k \sin \theta_0)} e^{i\omega t} dz$$

$$p = \frac{A}{r} e^{-i(kr - \omega t)} \left[ \frac{\sin \left( \frac{kL}{2} [\sin \theta - \sin \theta_0] \right)}{\frac{kL}{2} [\sin \theta - \sin \theta_0]} \right]$$





## Wyznaczanie poziomu echa

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{I_r} \frac{I_r}{I_1} = \left( \frac{I_0}{I_r} \frac{I_r}{I_i} \right) \frac{I_i}{I_1} = \left( \frac{I_0}{I_r} \frac{I_r}{I_i} \frac{I_i}{I_t} \right) \frac{I_t}{I_1}$$

$I_1$  – natężenie w odległości jednostkowej  
na osi promieniowania

Po obustronnym zlogarytmowaniu

$$10 \log \frac{I_0}{I_1} = 10 \log \frac{I_0}{I_r} + 10 \log \frac{I_r}{I_i} + 10 \log \frac{I_i}{I_t} + 10 \log \frac{I_t}{I_1}$$

$$TL = 10 \log \frac{I_r}{I_0}$$

jednostronne straty  
transmisyjne

$$TL = 10 \log \frac{I_t}{I_i}$$

$$TS = 10 \log \frac{I_r}{I_i}$$

Siła celu

$$SL = 10 \log \frac{I_t}{I_1}$$

Poziom źródła

$$EL = -TL + TS - TL + SL$$

$$EL = SL - 2TL + TS$$

**Siła celu** - wyrażony w decybelach iloraz natężenia fali odbitej od celu w kierunku odbiornika w odległości jednostkowej od jego środka i natężenia płaskiej fali akustycznej padającej na cel z kierunku nadajnika

$$TS = 10 \log \frac{I_r}{I_i}$$

Równoważna definicja stosowana w radiolokacji

$$TS = 10 \log \frac{\sigma}{4\pi r_1^2} \quad \sigma - \text{skuteczna powierzchnia odbicia}$$

Związek pomiędzy oboma definicjami

$$TS = 10 \log \frac{I_r}{I_i} = 10 \log \frac{P_r}{4\pi r_1^2} \frac{\sigma}{P_i}$$

Zakładamy się, że zgodnie z prawem zachowania mocy, skuteczna powierzchnia odbicia to takie pole powierzchni że moce padająca i odbita są równe

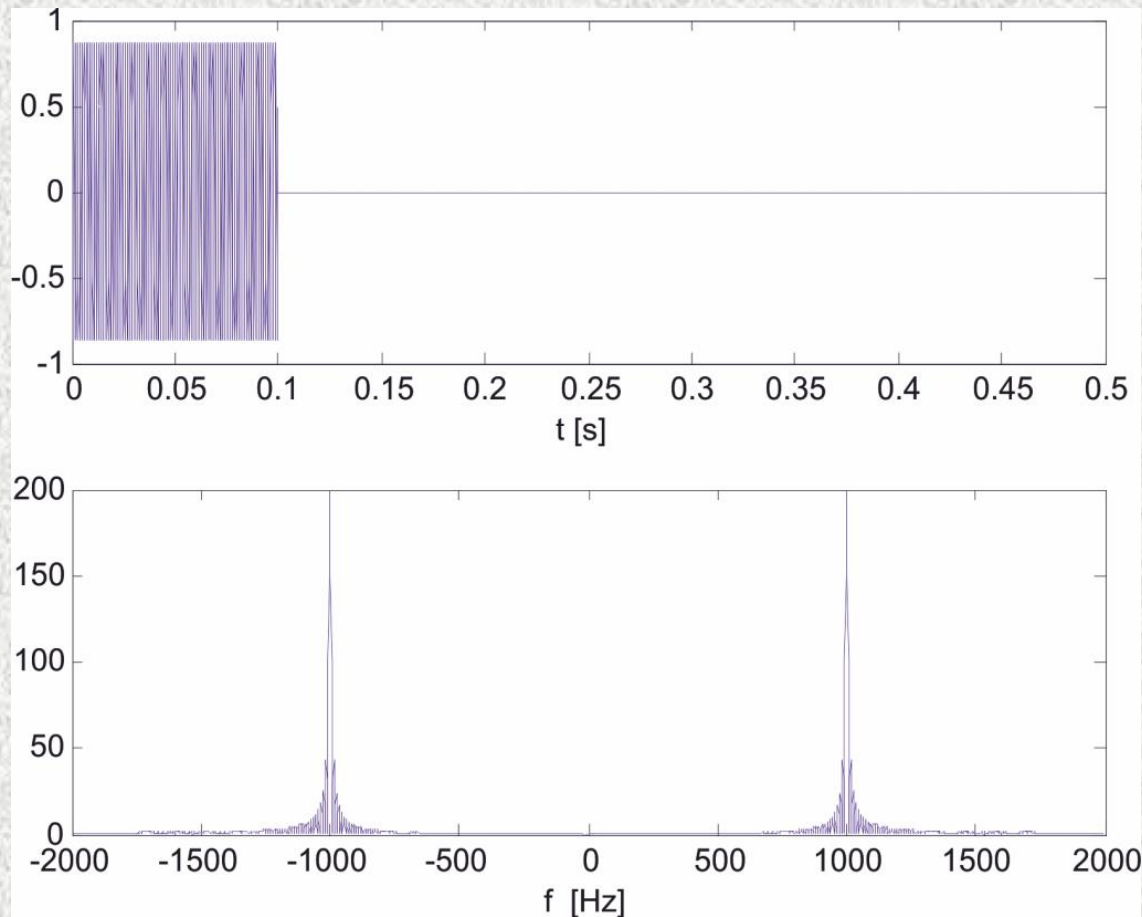
$$P_r = P_i$$

# SYGNAŁY SONDUJĄCE

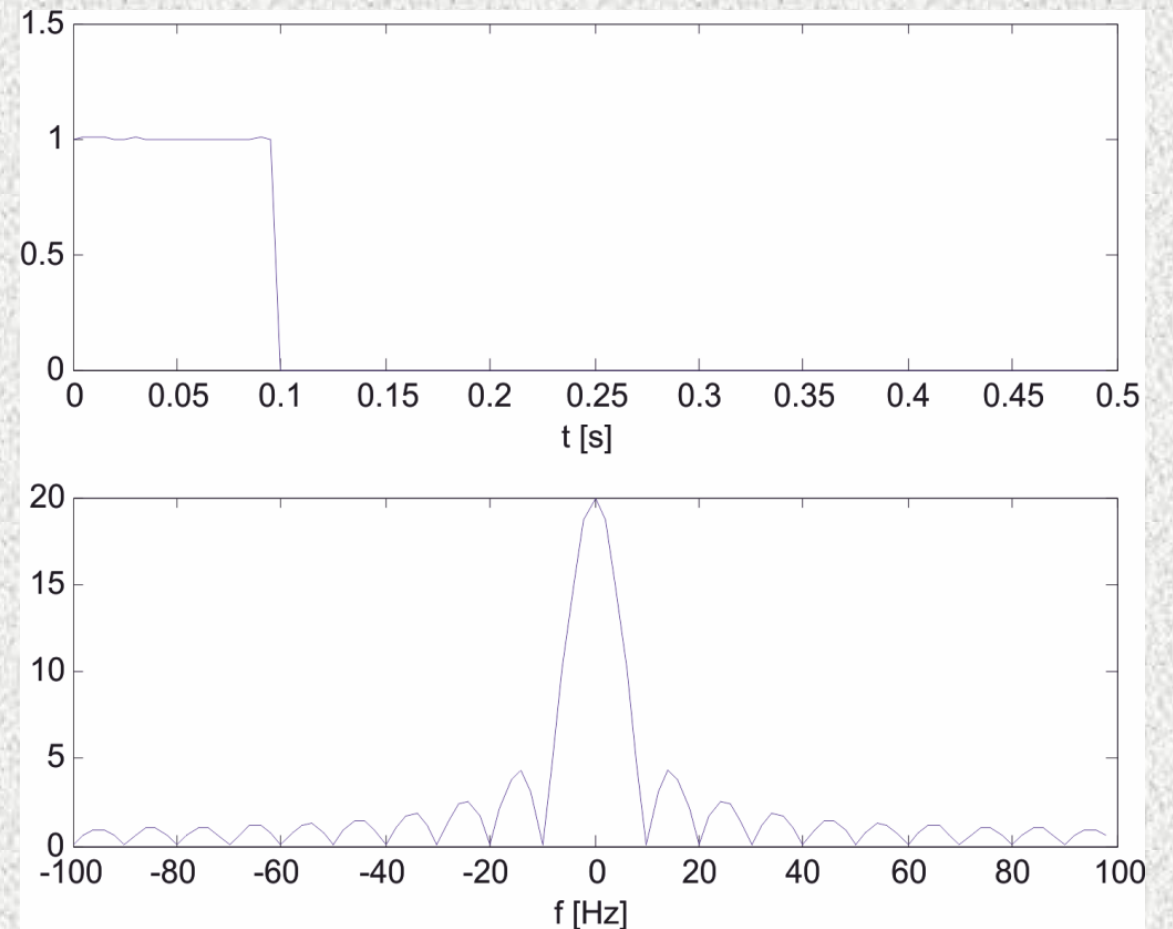
# Impulsy proste

Porównanie widm dwóch sygnałów o czasie trwania 0,1 s

impuls radiowy

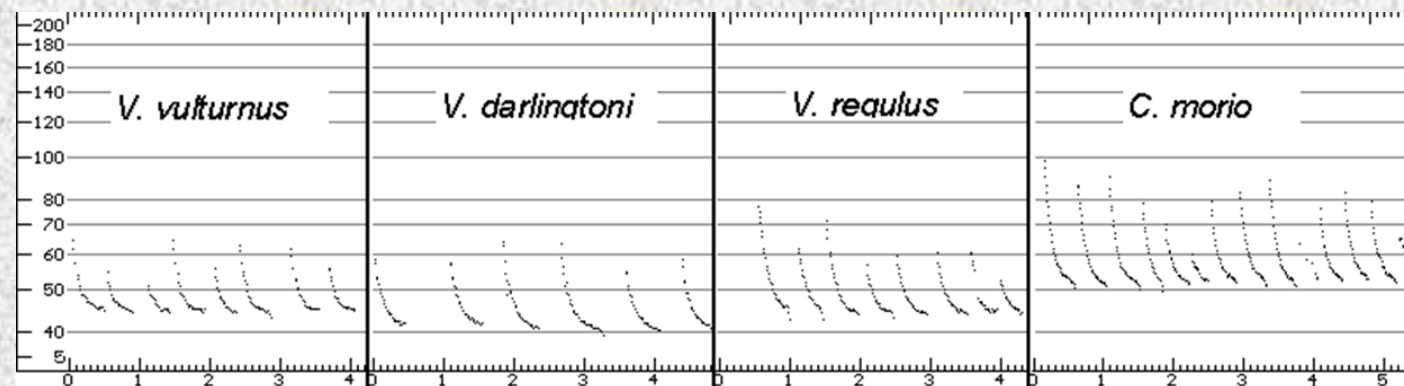
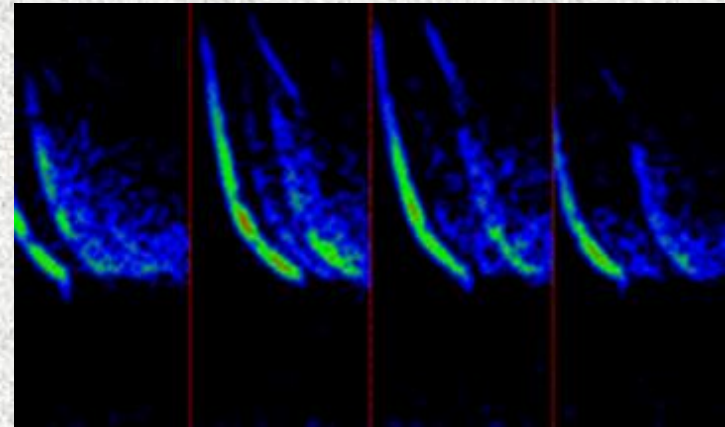
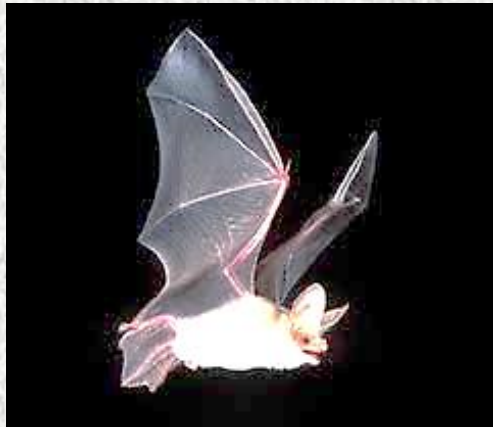


impuls wizyjny

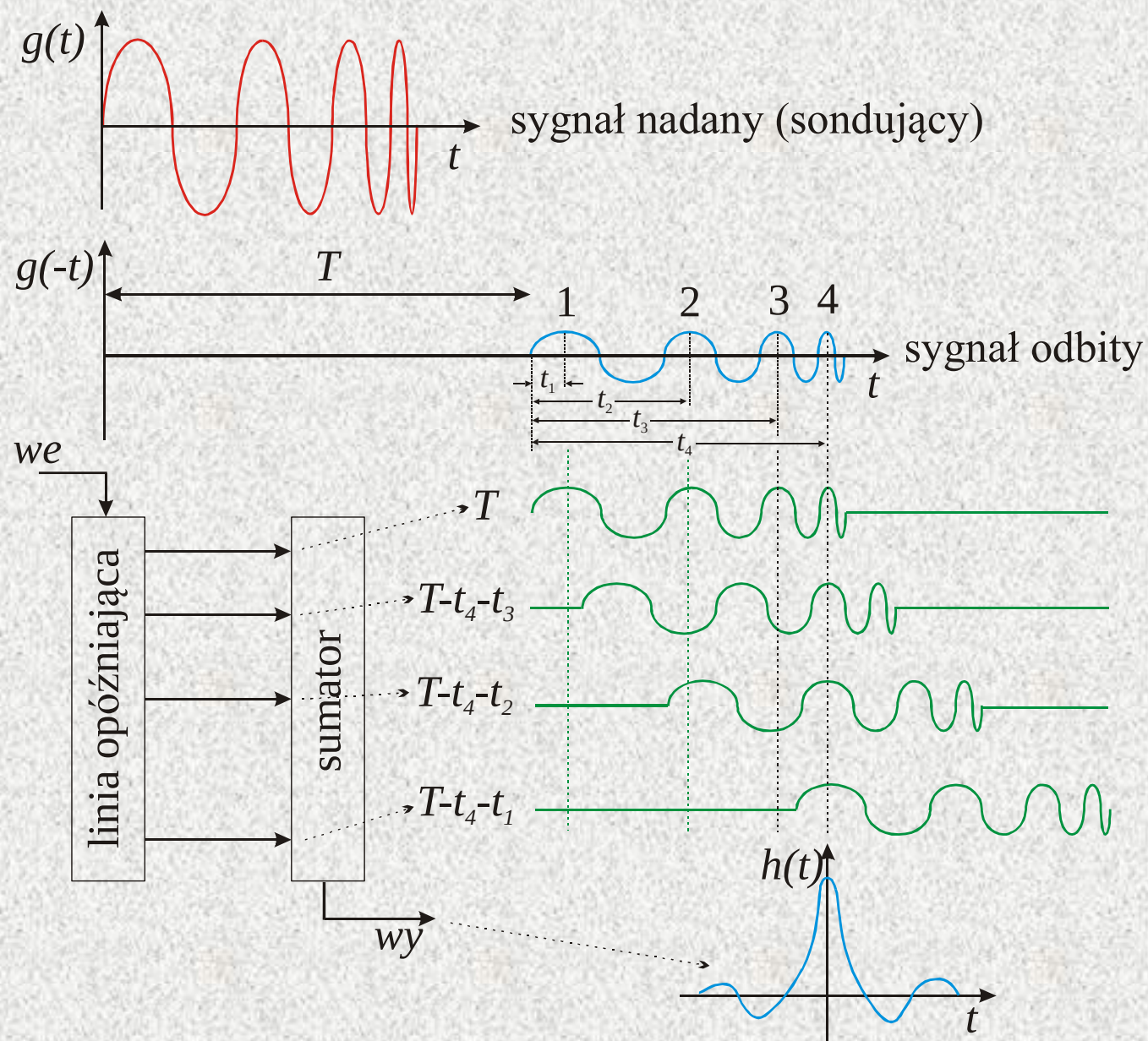




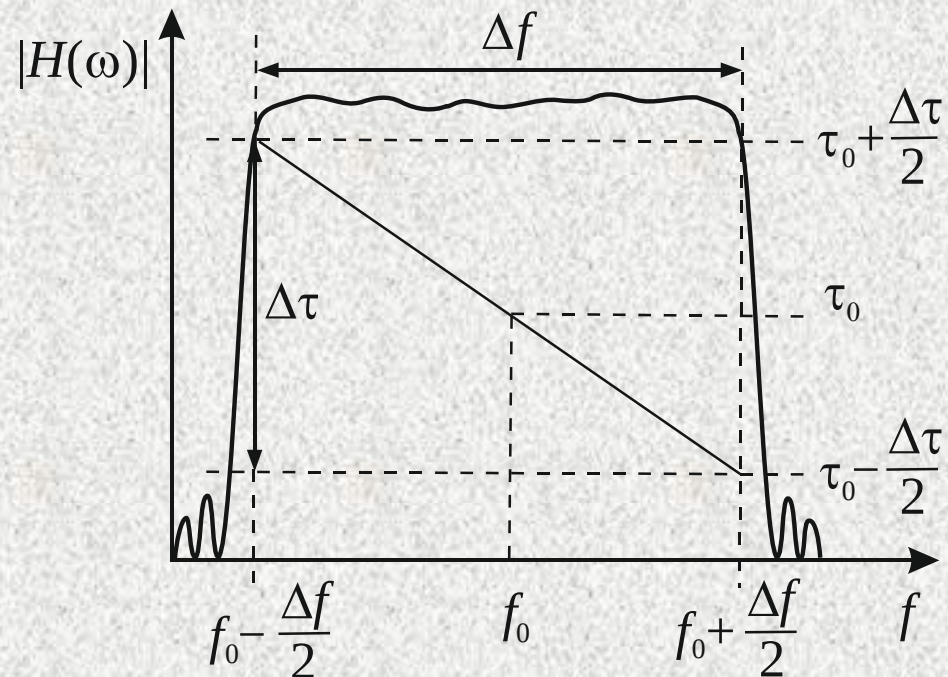
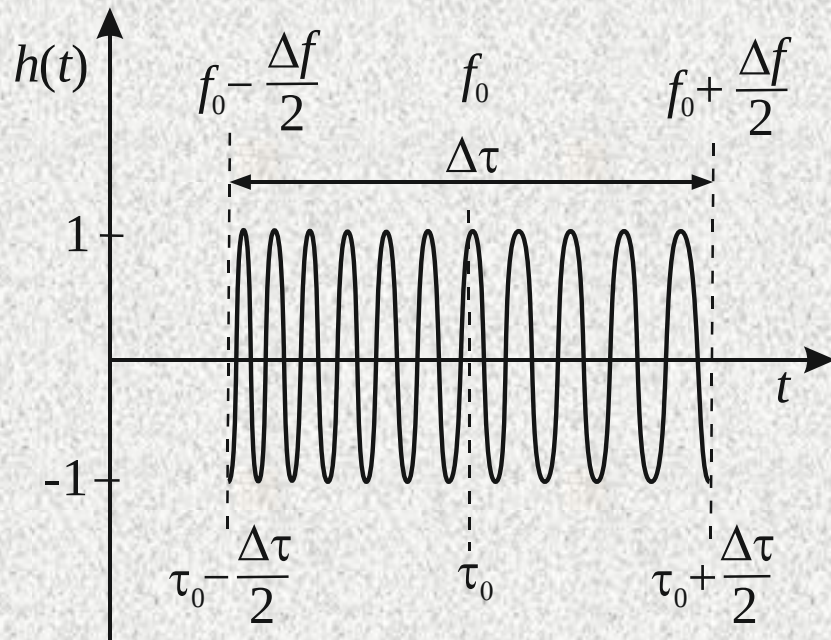
Uzyskanie dostatecznie wysokiego poziomu echa wymaga wysokiej energii impulsu sondującego. Uzyskanie wysokiej rozróżnialności wymusza stosowanie bardzo krótkich impulsów. Te dwa warunki sprawiają, że najlepiej posługiwać się impulsami zbliżonymi do delty Diraca tj. nieskończenie wąskimi i mającymi nieskończoną amplitudę. Takie impulsy są nierealizowalne w praktyce. Sposób na obejście tego problemu „znalazły” nietoperze.



## Impulsy z liniową modulacją częstotliwości („chirp”)



## Sygnal „chirp” i jego widmo



minimalny czas rozróżnialny (relacja nieostrości)  $\Delta t \geq \frac{1}{\Delta f}$

maksymalna liczba rozróżnialnych odcinków czasowych  $N = \frac{\Delta \tau}{\Delta t} = \Delta \tau \Delta f$

wartość średnia szumów na wyjściu

$$N \sigma_n^2 = N 2 \underbrace{\int_0^{\infty} S_n(f) df}_{\text{gęstość widmowa szumu}}$$

gęstość widmowa szumu

wartość skuteczna (odchylenie standardowe) szumu na wyjściu

Stosunek mocy sygnału do szumu na wyjściu wyniesie więc

$$SNR_{wy} = \frac{(NS)^2}{N\sigma_n^2} = \frac{NS^2}{\sigma_n^2}$$

$NS$  wartość sygnału szczytowego (po kompresji)

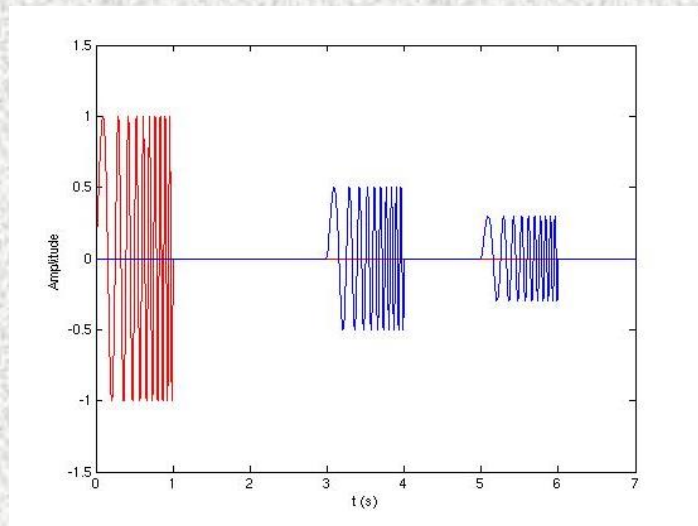
zaś na wejściu wynosił tylko

$$SNR_{we} = \frac{S^2}{\sigma_n^2}$$

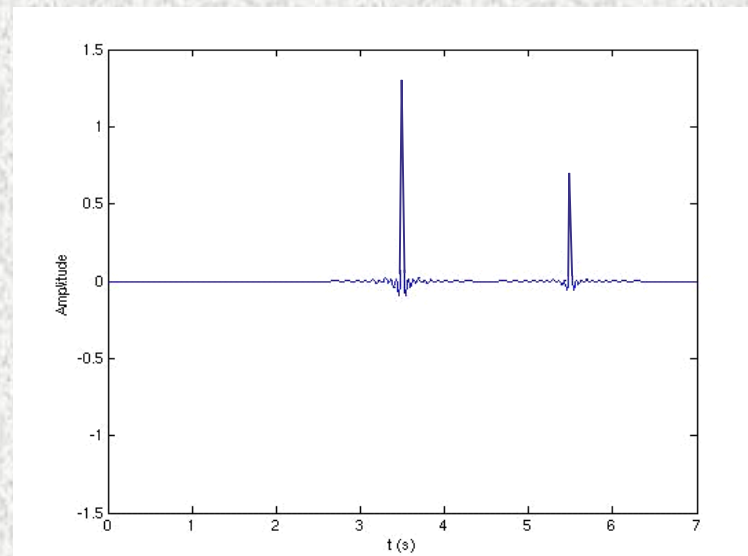
$SNR$  polepszył się zatem  $N$  razy czyli

$$N = \frac{\Delta\tau}{\Delta t} = \Delta\tau \Delta f$$

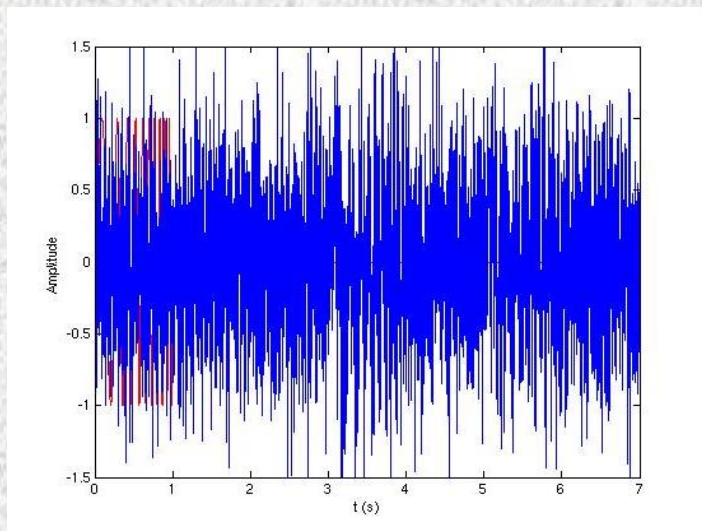




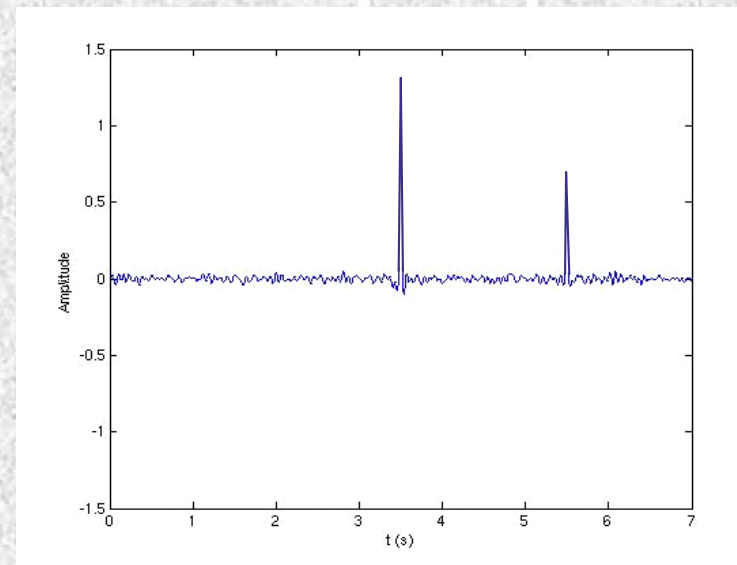
Przed filtracją – sygnał bez szumów



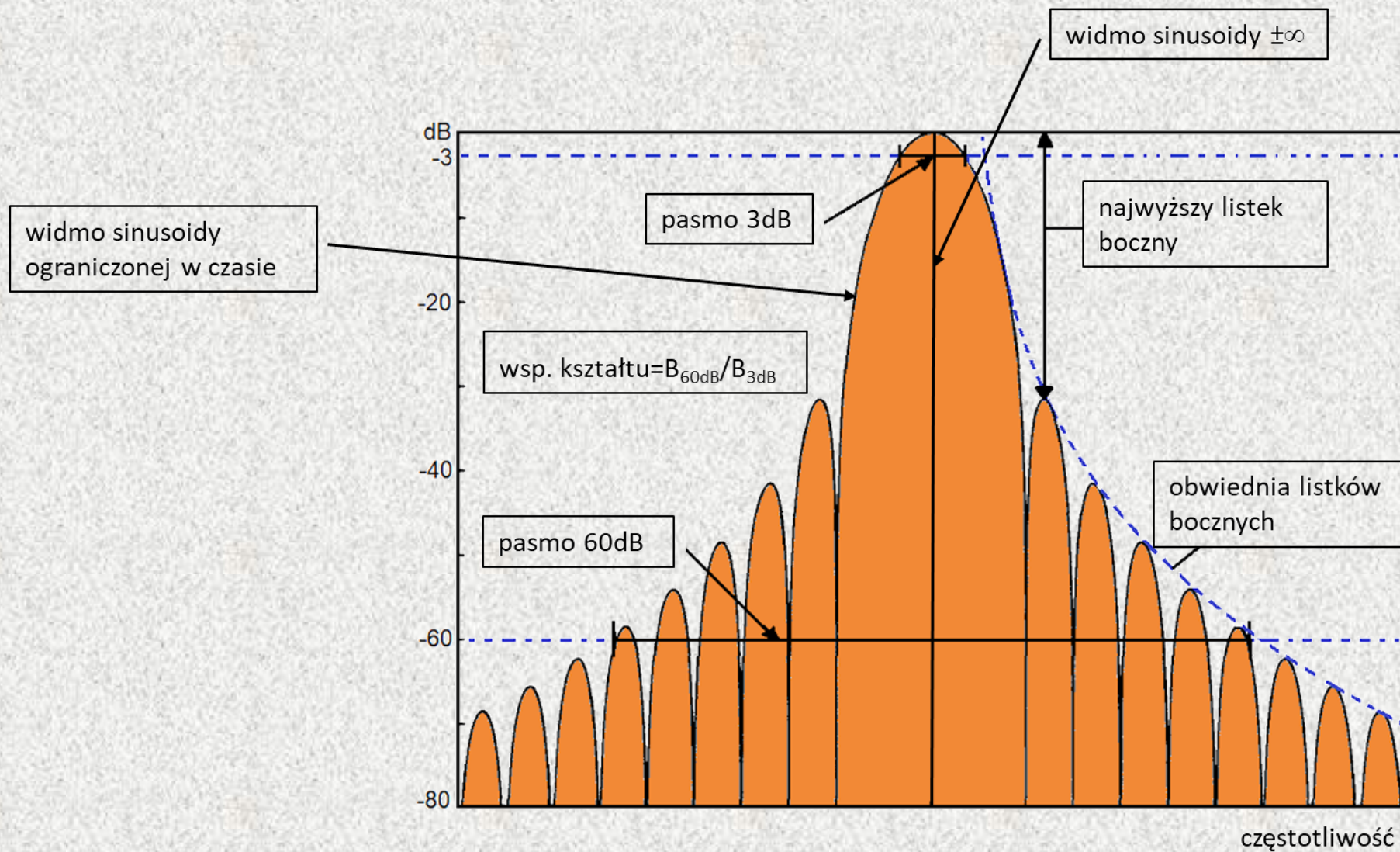
Po filtracji

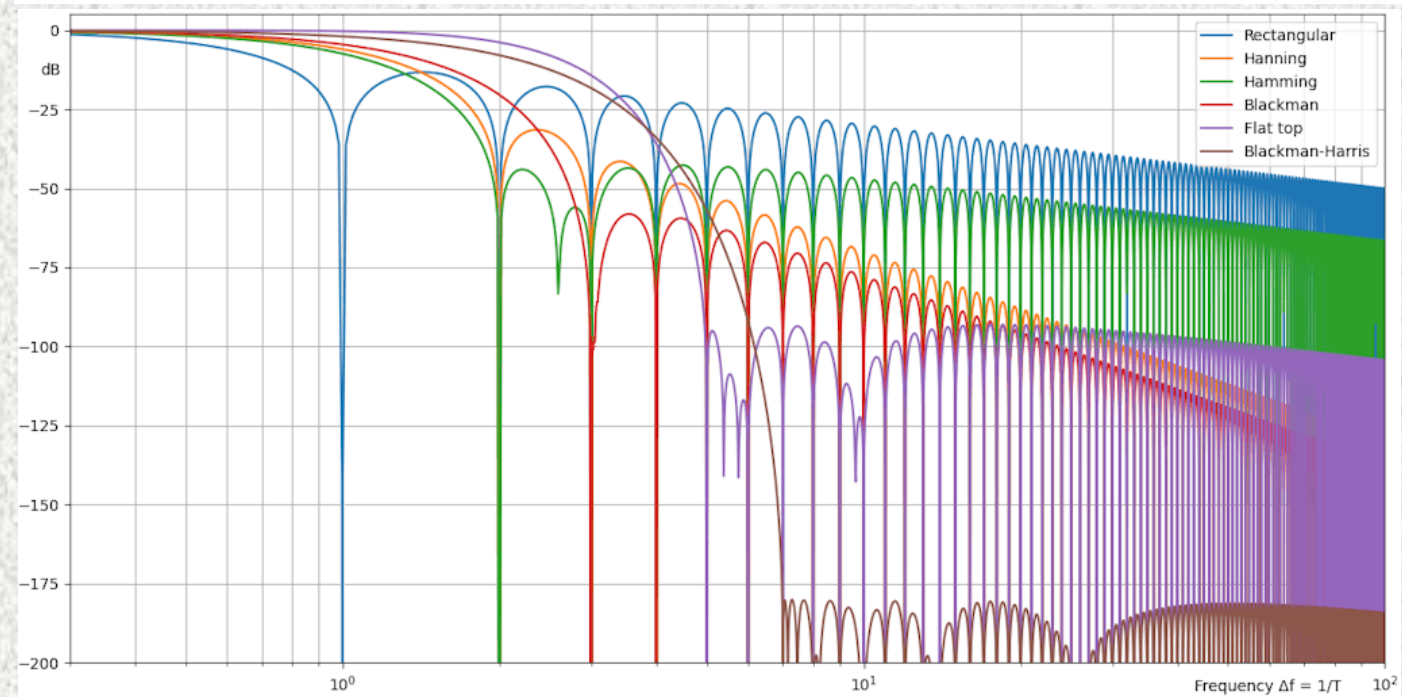
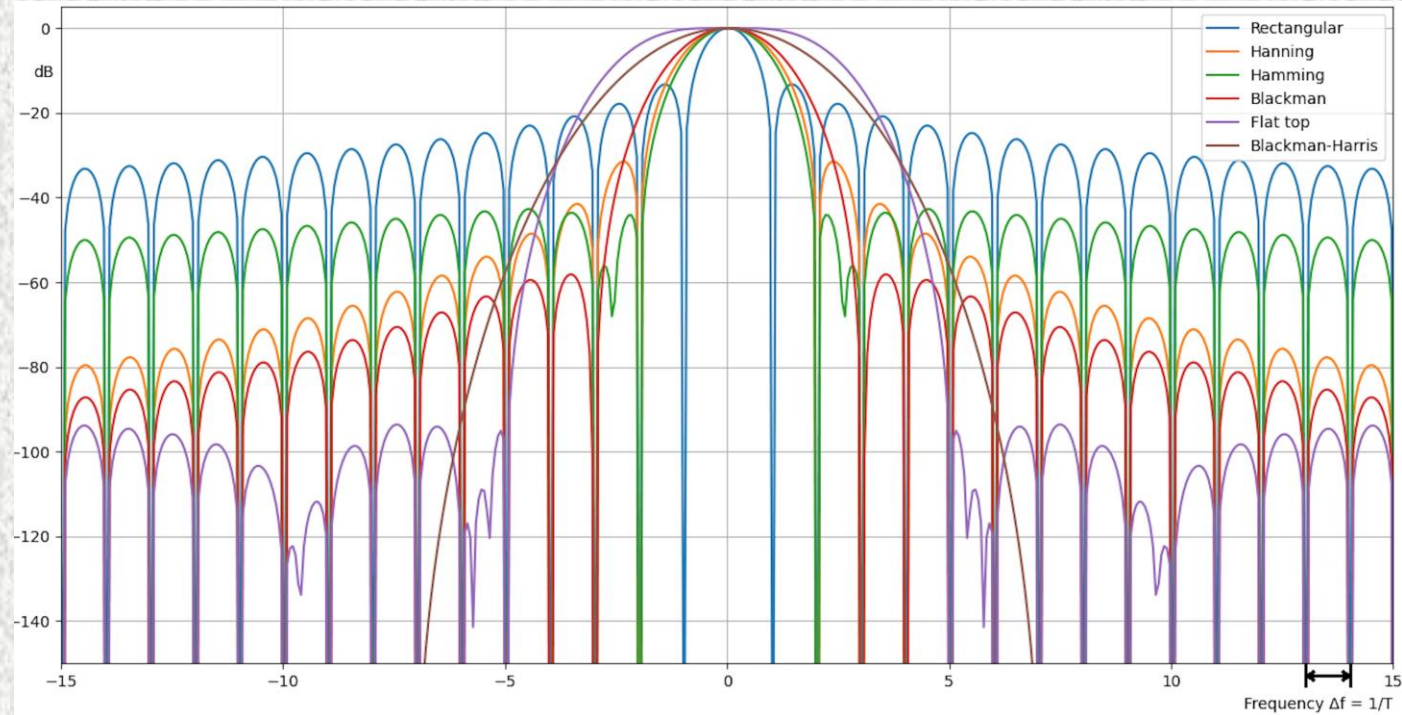
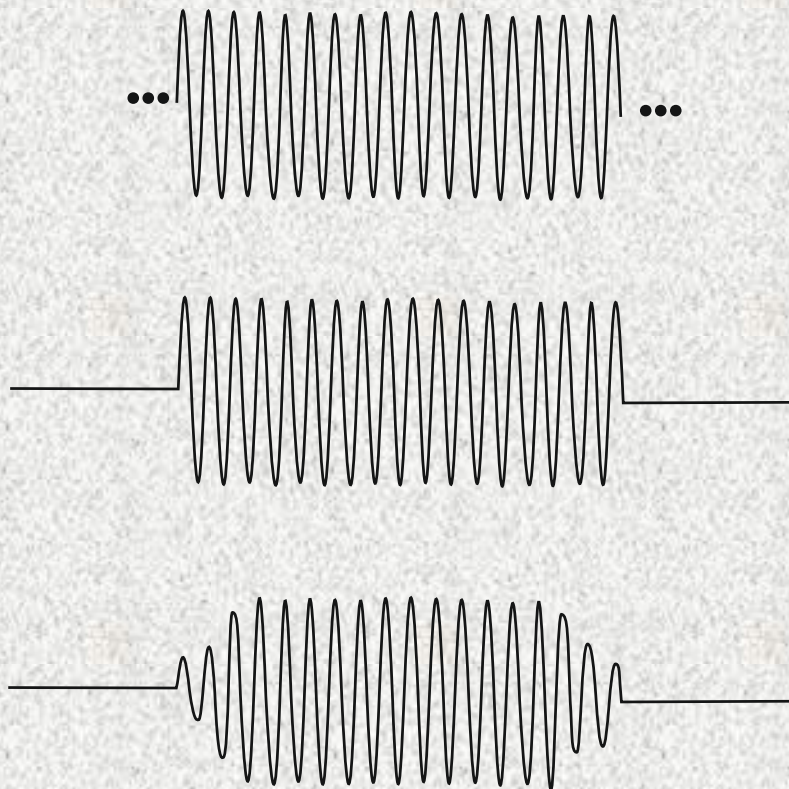


Przed filtracją – sygnał zaszumiony



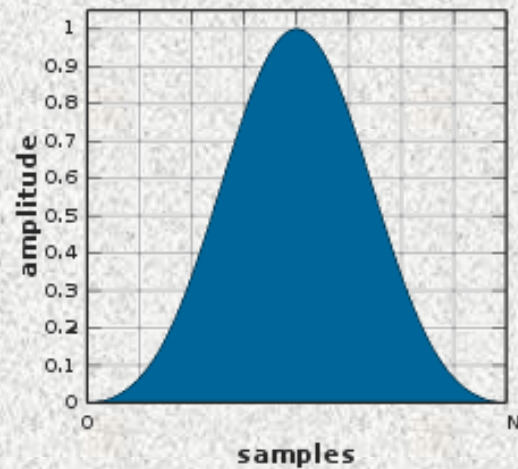
Po filtracji



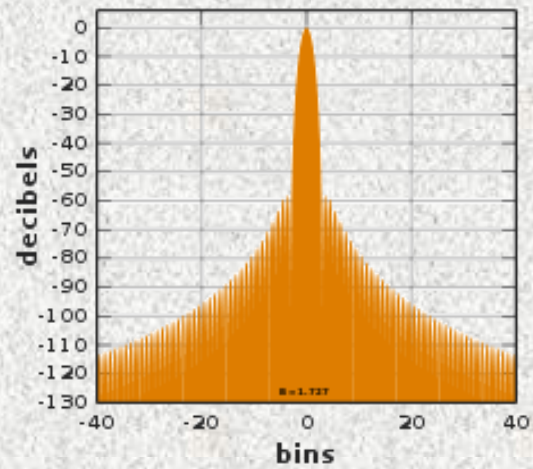




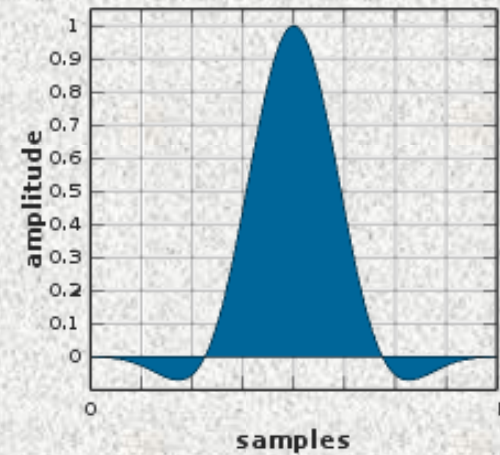
**Blackman window**



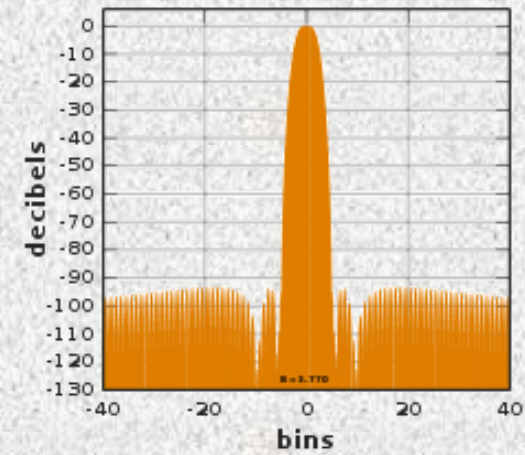
**Fourier transform**



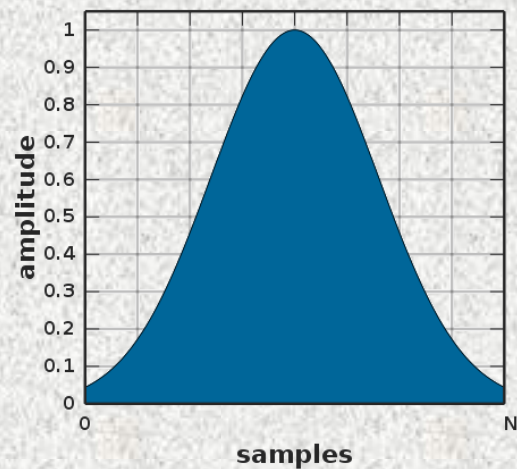
**flat top window**



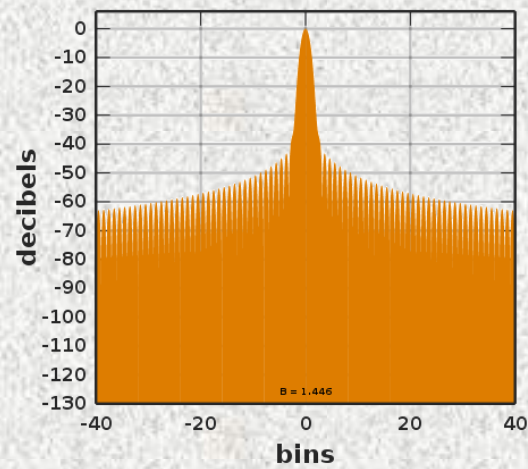
**Fourier transform**



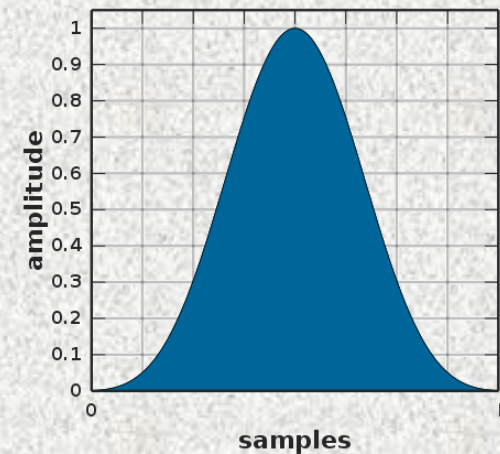
**Gaussian window ( $\sigma = 0.4$ )**



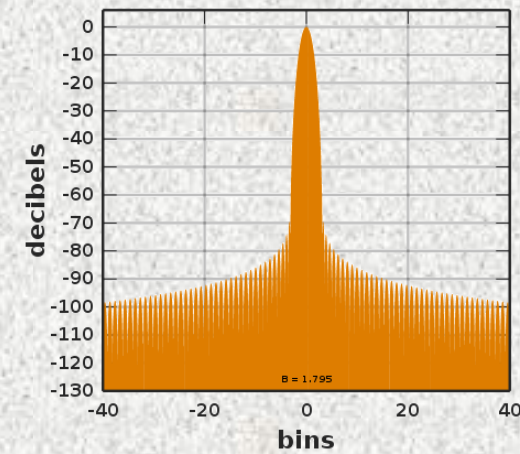
**Fourier transform**



**Kaiser window ( $\alpha = 3$ )**



**Fourier transform**





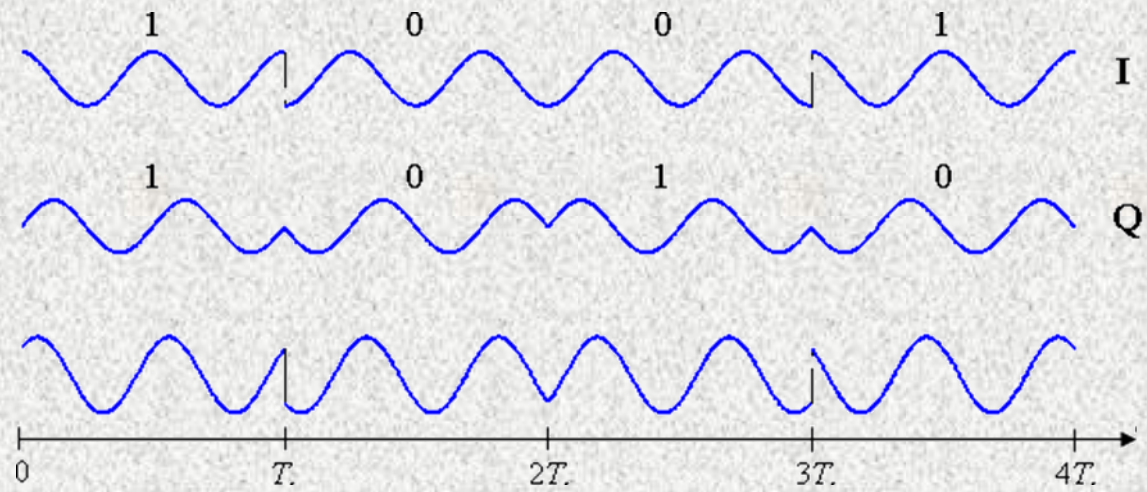
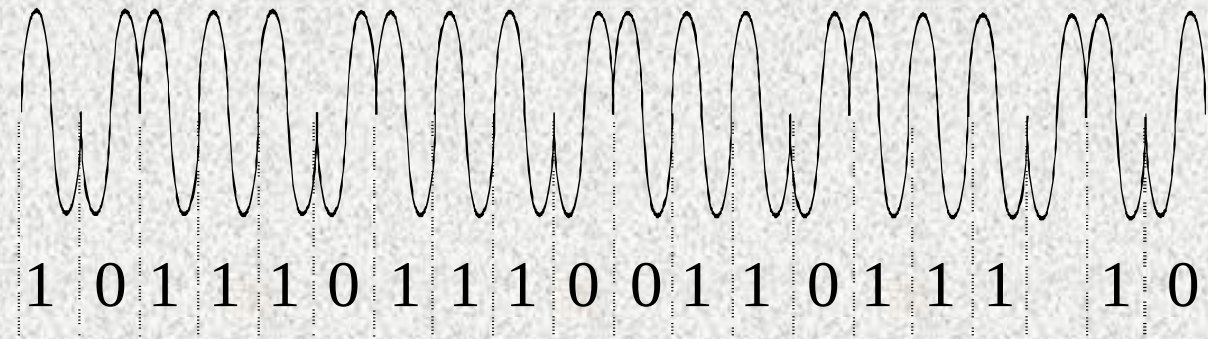
## Przykłady funkcji ważących (okien czasowych)

| WINDOW FUNCTION                 | NBW             | RIPPLE   | $BW_{3DB}$      | $BW_{60DB}$     | SHAPE FACTOR | HIGHEST SIDELOBE | SIDELOBE FALL-OFF RATE PER DECADE |
|---------------------------------|-----------------|----------|-----------------|-----------------|--------------|------------------|-----------------------------------|
| <b>Rectangular</b>              | $1.00 \Delta f$ | -3.92 dB | $0.89 \Delta f$ | $665 \Delta f$  | 750          | -13.3 dB         | -20 dB                            |
| <b>Hanning</b> ( $\alpha = 2$ ) | $1.50 \Delta f$ | -1.42 dB | $1.44 \Delta f$ | $13.3 \Delta f$ | 9.2          | -31.5 dB         | -60 dB                            |
| <b>Hamming</b>                  | $1.36 \Delta f$ | -1.75 dB | $1.30 \Delta f$ | $94.1 \Delta f$ | 72.4         | -42.7 dB         | -20 dB                            |
| <b>5-term Flat top*</b>         | $3.77 \Delta f$ | -0.01 dB | $3.72 \Delta f$ | $9.2 \Delta f$  | 2.5          | -93.0 dB         | -20 dB                            |
| <b>Blackman</b>                 | $1.73 \Delta f$ | -1.10 dB | $1.64 \Delta f$ | $9.2 \Delta f$  | 5.6          | -58.1 dB         | -60 dB                            |
| <b>7-term Blackman-Harris</b>   | $2.63 \Delta f$ | -0.48 dB | $2.48 \Delta f$ | $10.2 \Delta f$ | 4.1          | -180 dB          | -20 dB                            |

Nazwa „okna czasowe” jest dość niefortunna. Ważyć można różne przebiegi – niekoniecznie w dziedzinie czasu.

## Sygnały z manipulacją fazy

Kod PSK o długości 6 cykli z sekwencją 1001



Najbardziej znane są kody Barkera

| długość ciągu | elementy ciągu    | PSL [dB] | ISL [dB] |
|---------------|-------------------|----------|----------|
| 2             | 10,11             | -6,0     | -3,0     |
| 3             | 110, 101          | -9,5     | -6,5     |
| 4             | 1101, 1110        | -12,0    | -6,0     |
| 5             | 11101             | -14,0    | -8,0     |
| 7             | 1110010           | -16,9    | -9,1     |
| 11            | 11100010010       | -20,8    | -10,8    |
| 13            | 111110011010<br>1 | -22,3    | -11,5    |

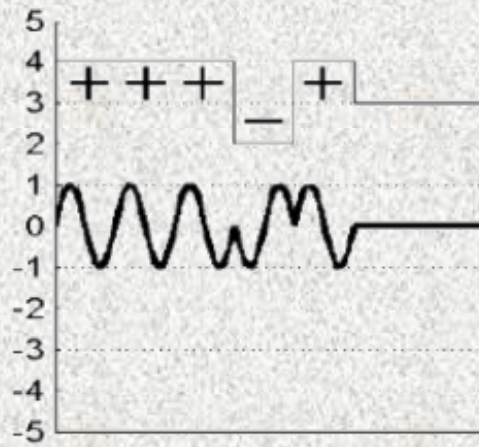
szczytowy poziom listków bocznych

$$PSL = 10 \log \frac{\text{maks. moc listków bocznych}}{\text{moc szczytowa sygnału}}$$

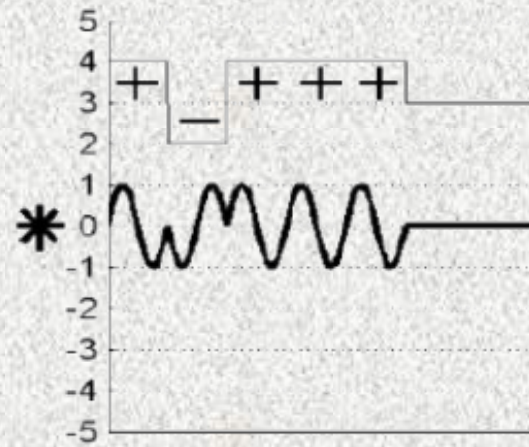
integrowany poziom listków bocznych

$$ISL = 10 \log \frac{\text{całkowita moc listków bocznych}}{\text{moc szczytowa sygnału}}$$

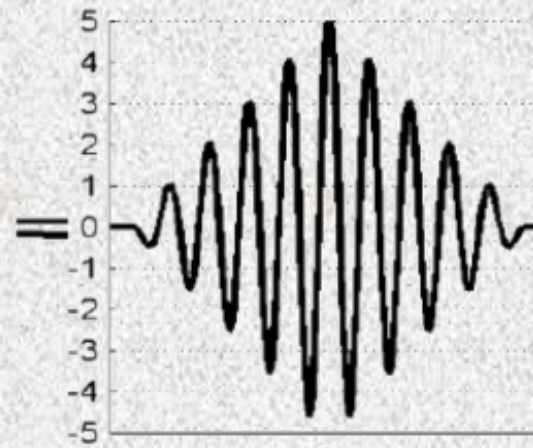
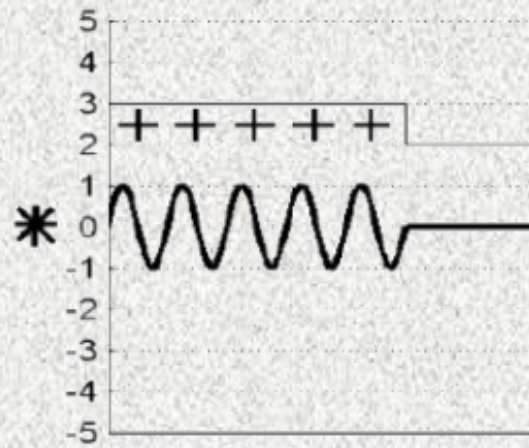
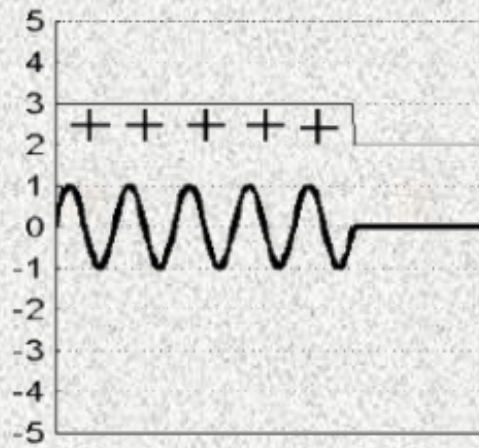
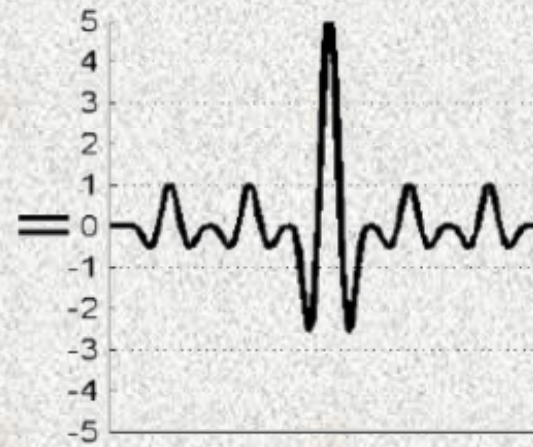
Nadawanie



Filtr dopasowany

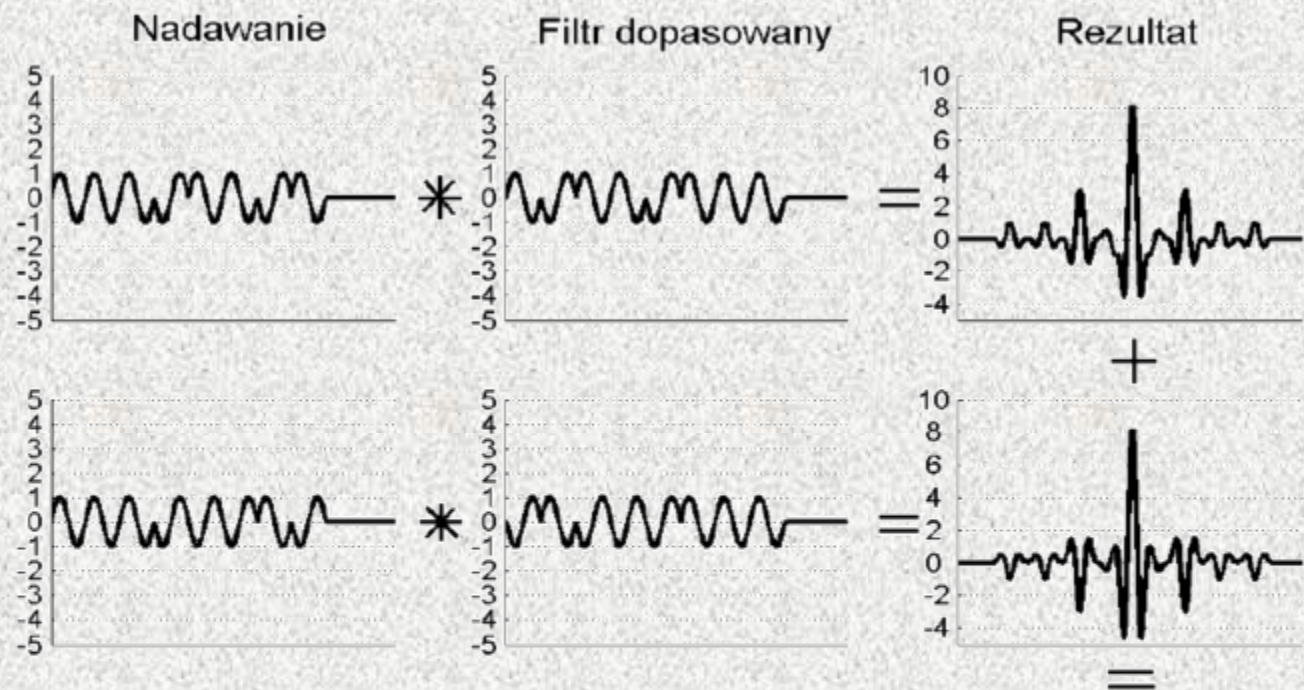


Rezultat

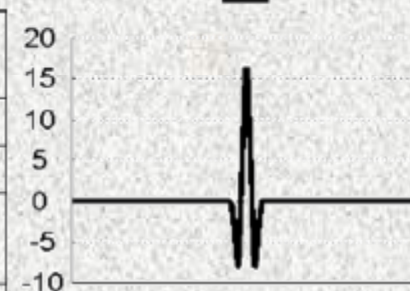


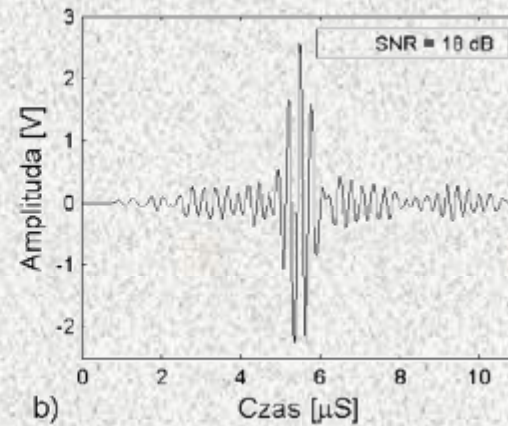
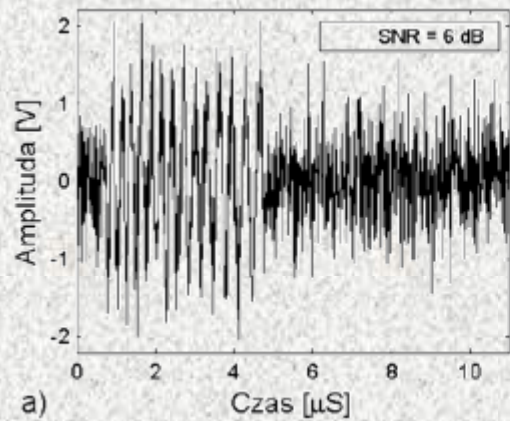


# Kody komplementarne Golaya

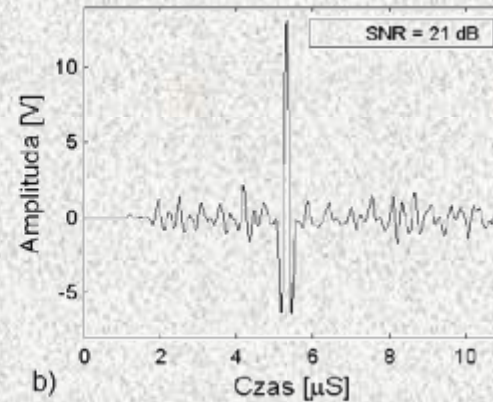
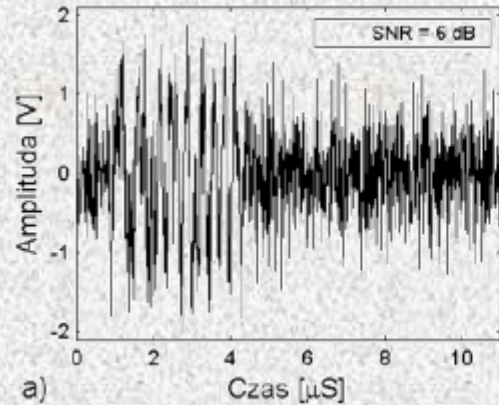


| Długość ciągu | X ( $X^*$ )                           | Y ( $Y^*$ )                               | Amplituda listka głównego |
|---------------|---------------------------------------|-------------------------------------------|---------------------------|
| 2             | ++ (++)                               | + - (- +)                                 | 4                         |
| 4             | ++-+ (+-++)                           | +++ - (-+++)                              | 8                         |
| 8             | +++ - +- - +<br>(+ - ++ - +++)        | +++ - - - + -<br>(- + - - - +++)          | 16                        |
| 10            | ++++ - + + - - +<br>(+ - - + + - +++) | ++ - - - - + - + -<br>(- + - + - - - +++) | 20                        |

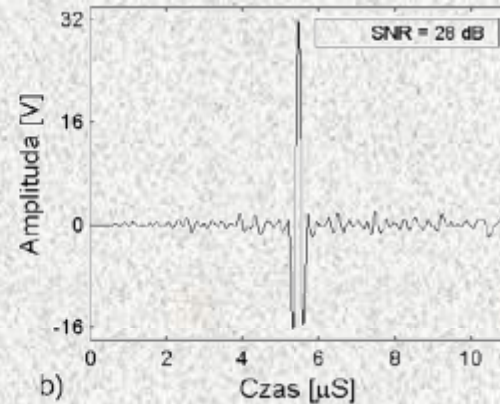
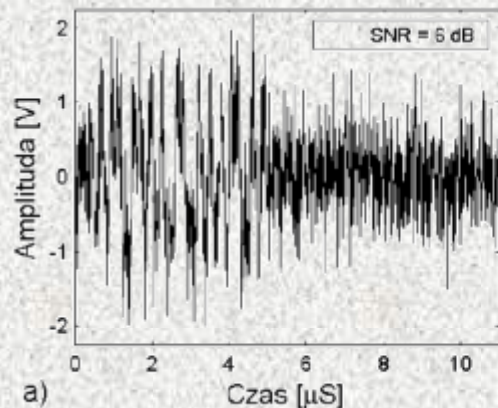




echo z szumem  
gaussowskim  
sygnał sondujący  
typu chirp 4  $\mu$ s



echo z szumem  
gaussowskim  
sygnał sondujący  
13-bitowy kod  
Barkera



echo z szumem  
gaussowskim  
sygnał sondujący  
16-bitowy kod  
Golaya

# Przetwarzanie sygnałów

## Zasadnicze cele przetwarzania sygnałów i danych

- poprawa stosunku sygnału użytecznego do szumu
- eliminacja zakłóceń
- poprawa rozróżnialności

Jeśli pojedynczy skan daje się przedstawić w postaci sumy

$$x(t) = s(t) + z(t) + n(t)$$

sygnał  
użyteczny      zakłócenia      szumy

to podstawowym zadaniem algorytmów przetwarzania jest eliminacja dwóch ostatnich składników powyższego wyrażenia (niestety możliwa tylko do pewnego stopnia)



Niepożądane składniki można częściowo wyeliminować poprzez wykonanie pewnych operacji na każdym ze skanów z osobna bądź też na ich grupie.

Do najprostszych należą operacje na pojedynczym skanie takie jak:

- odpowiednie wzmacnianie (zmienne w czasie),
- uśrednianie
- filtracja

Z uwagi na powyższe, algorytmy przetwarzania sygnałów dzieli się na trzy grupy:

- algorytmy dla pojedynczego skanu
- algorytmy dla grupy skanów
- algorytmy zaawansowane

Algorytm wzmacniania można zapisać w postaci iloczynu sygnału wyjściowego  $x(t)$  oraz charakterystyki wzmocnienia  $h(t)$ :

$$y(t) = x(t)h(t)$$

Dla liniowej charakterystyki wzmocnienia:

$$h(t) = A(t - t_0) + B$$

Dla wykładniczej charakterystyki wzmocnienia:

$$h(t) = Ae^{B(t-t_0)}$$

gdzie  $A$  i  $B$  są współczynnikami charakterystyk, zaś  $t_0$  chwilą załączenia okna czasowego (chwilą rozpoczęcia procesu wzmacniania)

Charakterystyki te można łączyć dla uwypuklenia wybranych ech

Obok wzmacniania wg określonych charakterystyk możliwe jest też zastosowanie algorytmu wzmacniania automatycznego (AGC - ang. automatic gain control, znany również pod nazwą chwilowej automatycznej regulacji wzmocnienia IAGC ang. instantaneous AGC).

Schemat procedury jest następujący:

- automatyczne normowanie amplitudy w zadanym oknie czasowym
- obliczenie w tym oknie średniej wartości amplitudy
- pomnożenie wyniku przez odpowiednio dobrany współczynnik skali
- przypisanie uzyskanej wartości do określonej próbki
- przesunięcie okna czasowego na kolejną próbkę
- powtórzenie operacji na kolejnej próbce

W rezultacie próbki o wysokich amplitudach są odpowiednio osłabiane, natomiast próbki o małych amplitudach wzmacniane.

Niekorzystnym efektem tego algorytmu jest nadmierne wzmacnianie szumu losowego w końcowej części skanu.

Stosuje się także wzmacnianie stałe w czasie nazywane skalowaniem skanu.

Jednym z jego wariantów jest stałe wzmocnienie w wybranych oknach czasowych.

Ich wyboru można dokonać dopiero po wstępnej analizie otrzymanego echogramu.



Spośród algorytmów uśredniania najprostszym przykładem jest obliczanie średniej ruchomej tj. średniej arytmetycznej w oknie o zadanej długości, a następnie przypisanie tej wartości do środka okna.

Okno przesuwane jest następnie do kolejnej próbki i całą operację powtarza.

Średnia ruchoma z  $2N+1$  próbek zdefiniowana jest następująco:

$$f(t, x_i) = \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N a_n f(t, x_{i+n})$$

gdzie  $N$  jest liczbą próbek, zaś  $a_n$  współczynnikami wagowymi. Proces ten zasadniczo odpowiada filtracji dolnoprzepustowej.

Pewną odmianą tego algorytmu jest odejmowanie średniej ruchomej (*ang. dewow*). Procedura ta polega na obliczeniu średniej arytmetycznej z zadanej liczby próbek a następnie odjęciu obliczonej średniej od wartości środkowej okna.

Podobnie jak poprzednio okno przesuwane jest o jedną próbkę i operację powtarza od początku.

Procedura ta umożliwia usunięcie zakłóceń niskoczęstotliwościowych.



Ważnym algorytmem przetwarzania pojedynczego skanu jest filtracja częstotliwościowa.

Można ją stosować powodzeniem w przypadkach, gdy istnieje wyraźna różnica w częstotliwościach pomiędzy sygnałem użytecznym, zakłóceniami zdeterminowanymi i czynnikiem losowym.

Możliwa jest realizacja takiej filtracji zarówno w dziedzinie częstotliwości jak i czasu.

Filtracja w dziedzinie częstotliwości polega na mnożeniu widma sygnału przez transmitancję odpowiedniego filtra, co w dziedzinie czasu odpowiada operacji splotu sygnału z odpowiedzią impulsową tegoż filtra.

Najłatwiejsza w realizacji praktycznej jest filtracja w dziedzinie częstotliwości. Aby określić parametry filtra należy zbadać widma amplitudowe kilku wybranych skanów. Najczęściej stosuje się filtry, które nie wprowadzają przesunięcia fazowego (filtry zero-fazowe), a kształtują jedynie widmo amplitudowe sygnału.

Jednym z rozpowszechnionych algorytmów filtracji w dziedzinie częstotliwości jest algorytm, w którym poddaje się sygnał wejściowy transformacji Fouriera, ustala charakterystykę amplitudową filtra, a następnie mnoży tę charakterystykę przez uzyskane widmo amplitudowe sygnału georadarowego. Po zakończeniu tych operacji wykonywana jest odwrotna transformacja Fouriera przenosząca sygnał z powrotem do dziedziny czasu.

Do bardziej zaawansowanej rodziny algorytmów zaliczają się operacje wykonywane na grupie skanów nazywane procedurami kontekstowymi. Ich celem jest przede wszystkim eliminacja poziomych ech zakłócających oraz poprawa poziomu ech użytecznych.

Sąsiednie skany na ogół są ze sobą w pewnym stopniu skorelowane. Eliminacja niepożądanych ech może więc polegać na odjęciu średniej skanu od całego profilu. Operacja ta jest najprostszym algorytmem wykonywanym na grupie skanów. Jego realizacja polega na obliczeniu średniej z całego falogramu. Procedurę tę można opisać za pomocą następującej zależności:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{L} \sum_{j=0}^L x_{i,j}$$

gdzie  $x_{i,j}$  jest  $i$ -tą próbką  $j$ -tego skanu, zaś  $L$  liczbą skanów na falogramie,  $i = 0...n$  gdzie  $n$  oznacza liczbę próbek na pojedynczym skanie

Po wyznaczeniu skanu średniego, kolejnym krokiem jest odjęcie go od każdego z pozostałych skanów. Algorytm ten jest przydatny przy usuwaniu refleksów poziomych powtarzających się przez większą część echogramu.

# Przetwarzanie dopplerowskie

W przypadku obserwacji obiektu ruchomego, zarówno opóźnienie sygnału jak i dopplerowskie przesunięcie częstotliwości występują jednocześnie.

Z tego powodu wybór optymalnego sygnału powinien uwzględniać zmiany jego parametrów tak w czasie jak i w częstotliwości.

Dla uzyskania dużej dokładności pomiaru odległości i rozróżnialności odległościowej należy stosować krótkie impulsy sondujące, natomiast chcąc dokładnie mierzyć prędkości należy stosować impulsy długie (najlepiej falę ciągłą). Wymagania te są przeciwstawne.

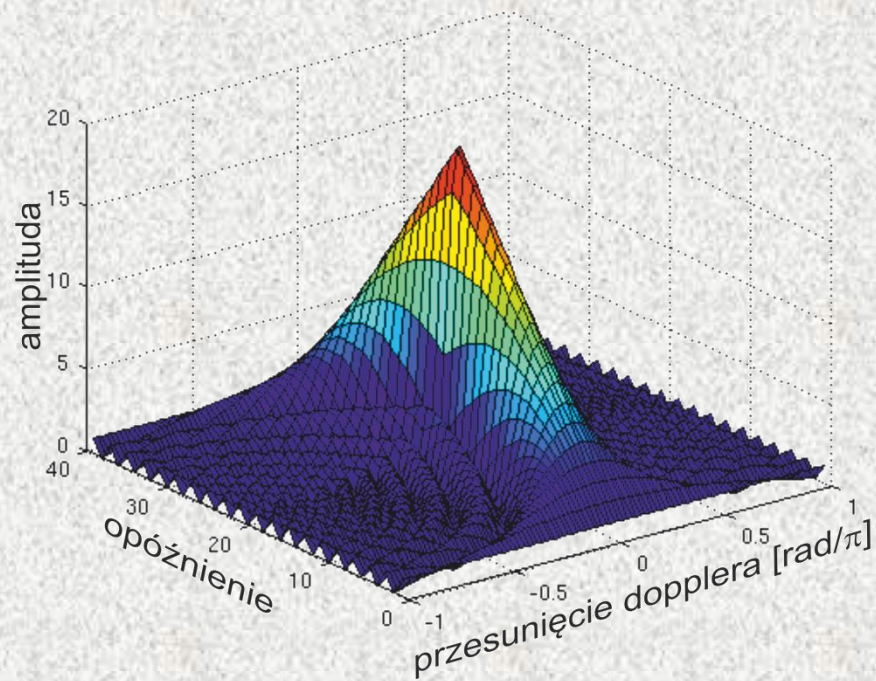
Niemожność jednoczesnego polepszenia rozróżnialności tak w odległości jak i prędkości nosi w echolokacji nazwę zasady nieoznaczoności.

Funkcja nieoznaczoności reprezentowana jest przez figurę przestrzenną zwaną bryłą nieoznaczoności.

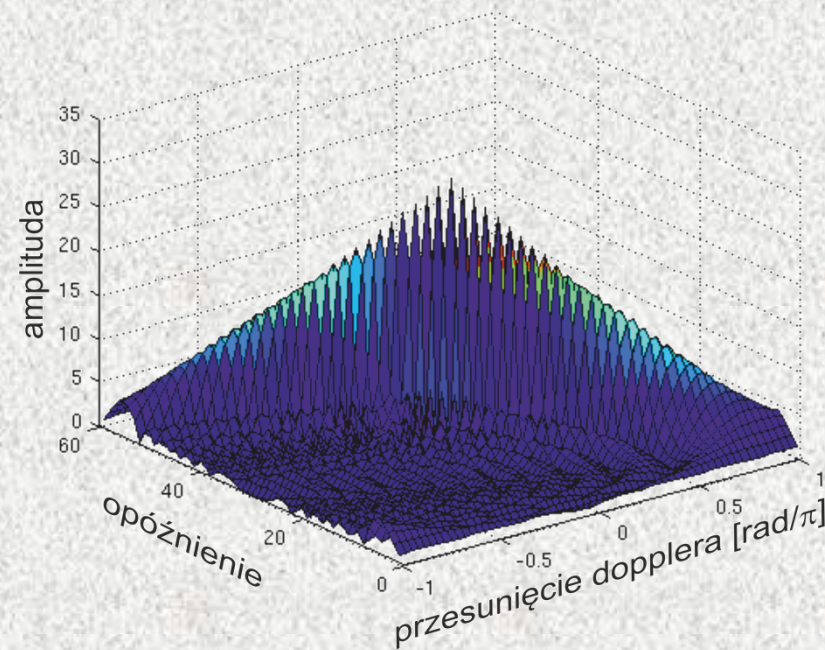
$$\chi(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t - \tau) e^{j\omega t} dt$$



## Przykłady funkcji nieoznaczoności



dla impulsu prostokątnego

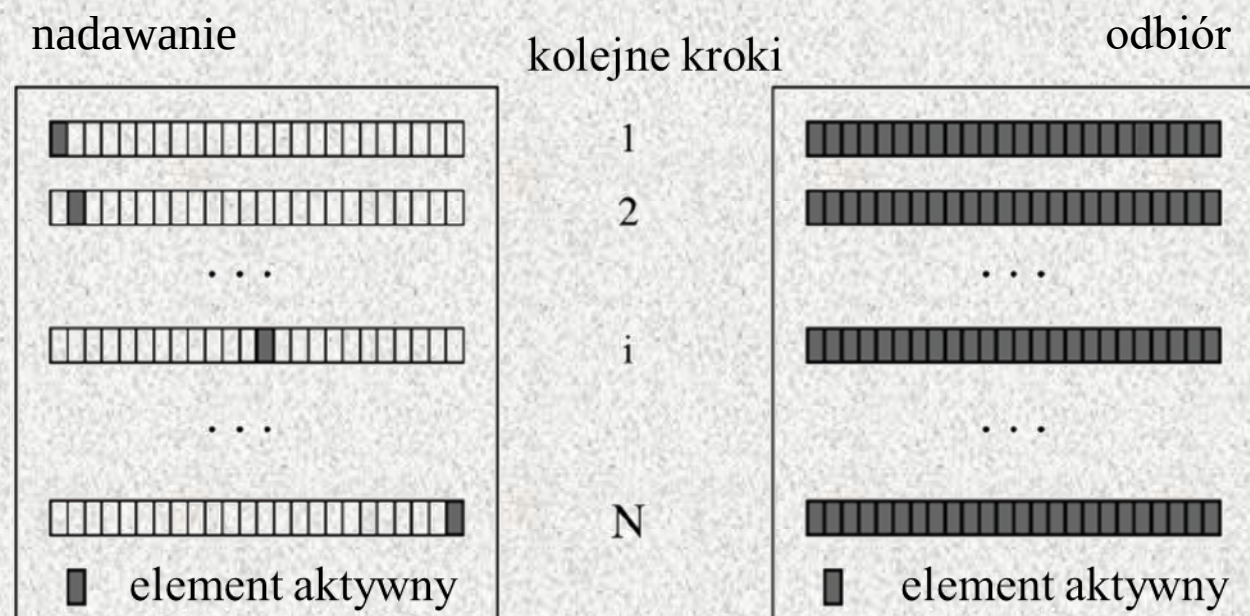


dla LFM

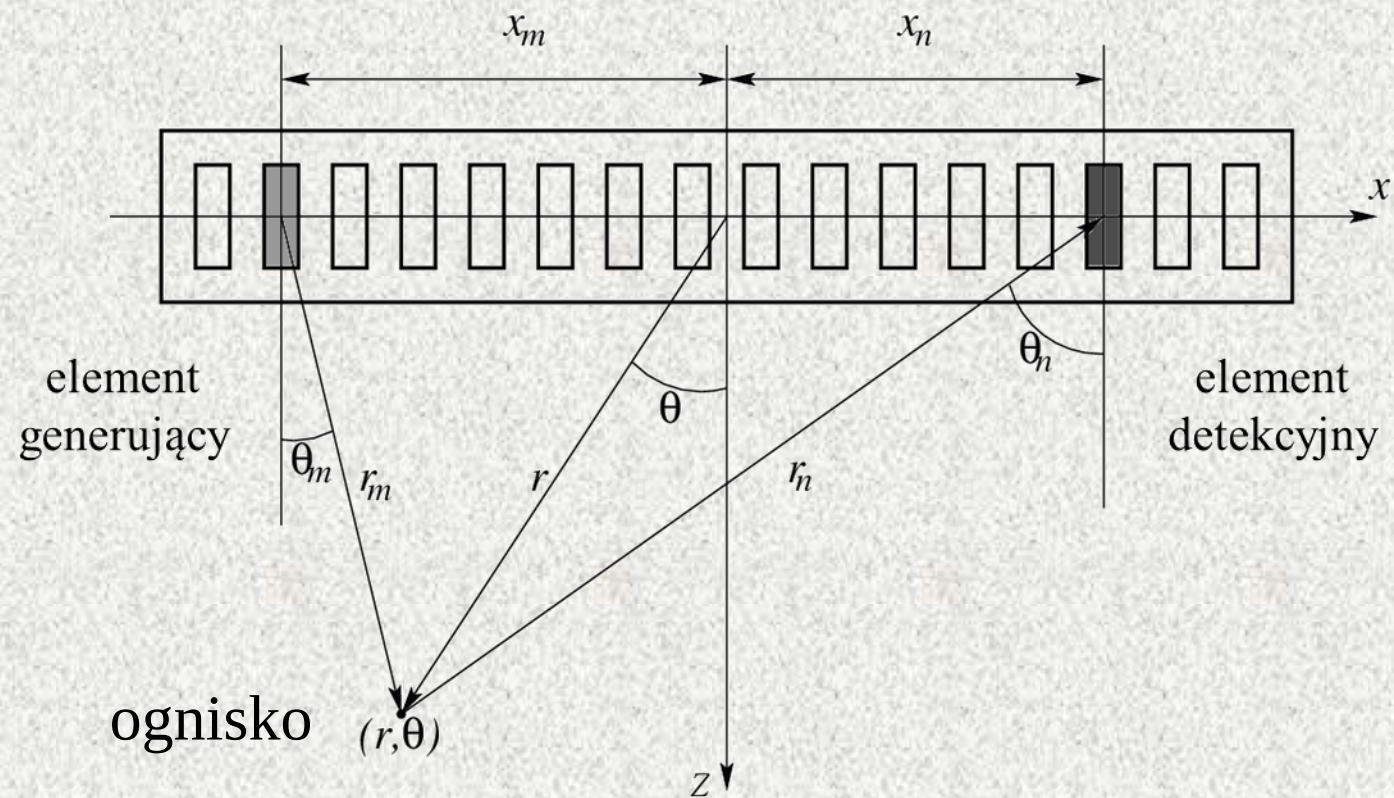


# Syntetyzowanie apertury

jeden element nadający



$$\tau_{m,n} = \tau_m + \tau_n$$

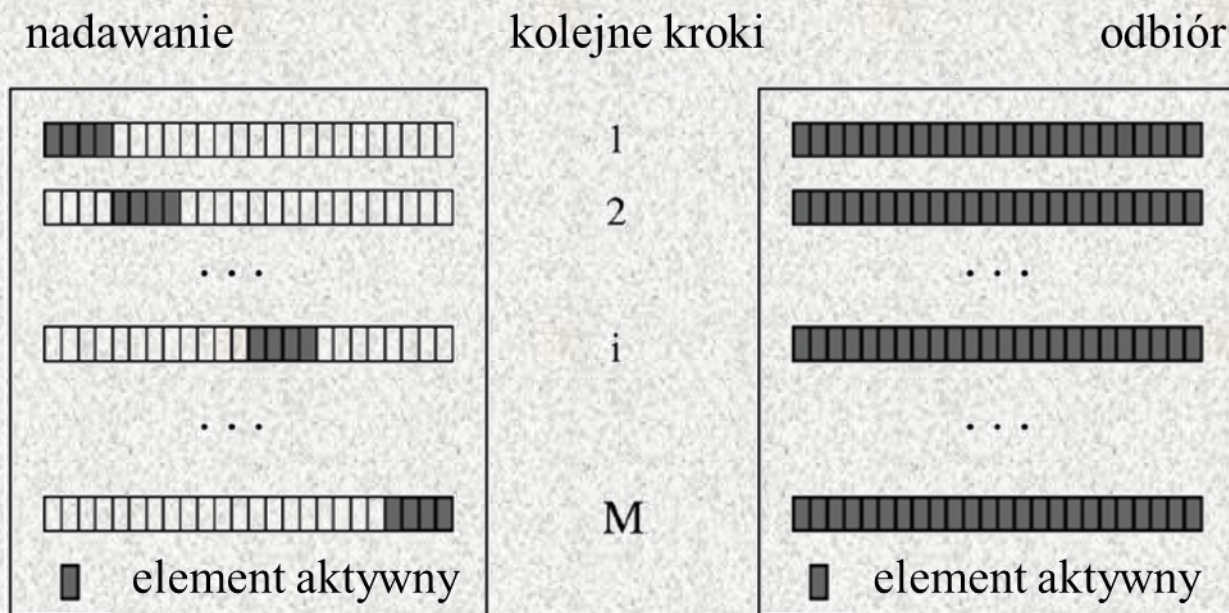


opóźnienia  $\tau_m = \frac{1}{c} \left( r - \sqrt{x_m^2 + r^2 - 2x_m r \sin \theta} \right), \tau_n = \frac{1}{c} \left( r - \sqrt{x_n^2 + r^2 - 2x_n r \sin \theta} \right)$

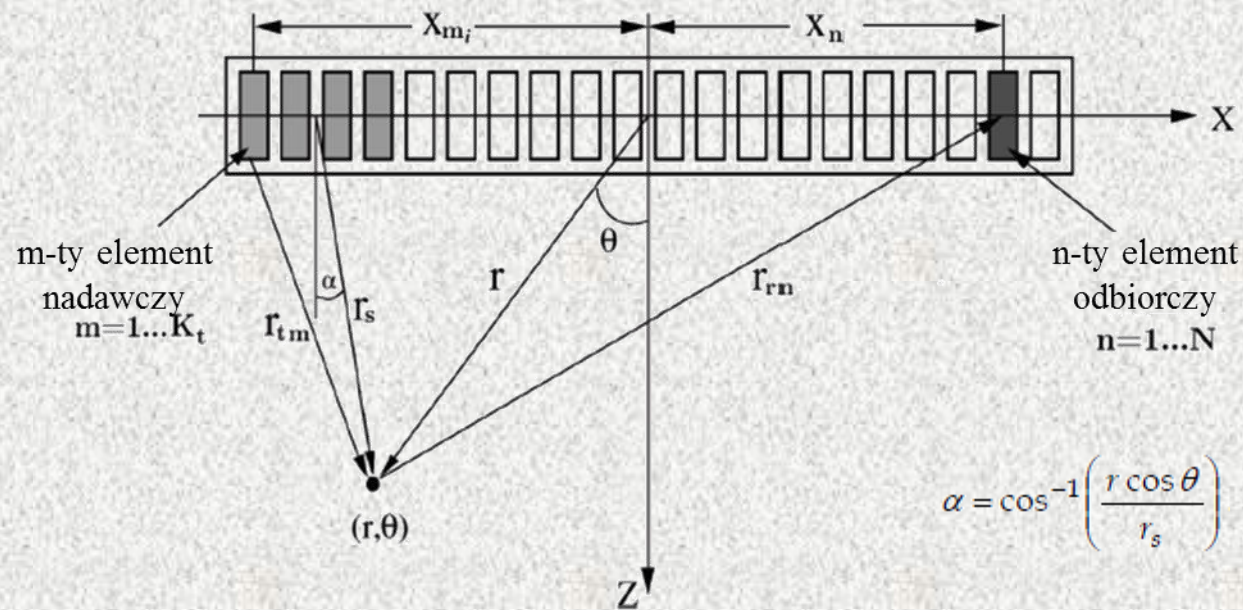
A-skan

$$A(r, \theta) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} y_{m,n} \left( \frac{2r}{c} - \tau_{m,n} \right)$$

szyk elementów nadających



$$\tau_m = \frac{r_s - r_{tm}}{c}$$



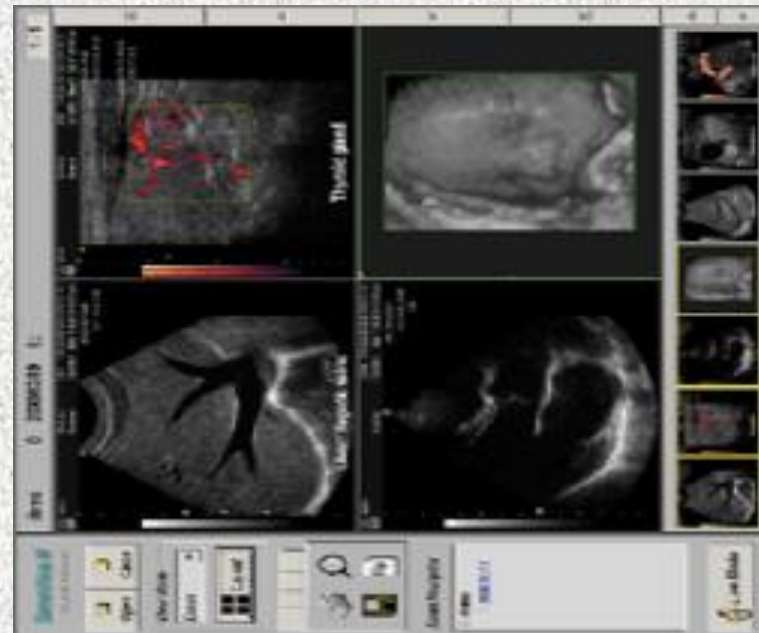
$$r_{tm} = \sqrt{\left[\left(-\frac{K_t-1}{2} + m\right)d\right]^2 + r_s^2 - 2\left(-\frac{K_t-1}{2} + m\right)dr_s \sin \alpha}$$

$$\tau_i = \frac{r-r_s}{c} = \frac{1}{c}\left(r - \sqrt{(r \cos \theta)^2 + (xm_i - r \sin \theta)^2}\right) = \frac{1}{c}\left(r - \sqrt{\left[K_t\left(-\frac{N_s-1}{2} + i\right)d\right]^2 + r^2 - 2K_t\left(-\frac{N_s-1}{2} + i\right)dr \sin \theta}\right)$$

$$A_{STA}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N_s-1} \sum_{m=0}^{K_t-1} s_{K_t i+m,n}(t - \tau_n - \tau_i - \tau_m)$$



## ULTRASONOGRAFIA MEDYCZNA



## Rys historyczny

1876 Francis Galton gwizdek przywołujący psa – pierwszy instrument ultradźwiękowy

1880 Jacques i Pierre Curie odkrycie prostego efektu piezoelektrycznego

1881 Gabriel Jonas Lippmann odkrycie odwrotnego efektu piezoelektrycznego

- pierwsze zastosowania

1912 nieudane próby lokalizacji Titanica

1917 Paul Langevin i wsp. mozaikowy detektor łodzi podwodnych [50 kHz]

II Wojna Światowa **SO**und **N**avigation **A**nd **R**anging

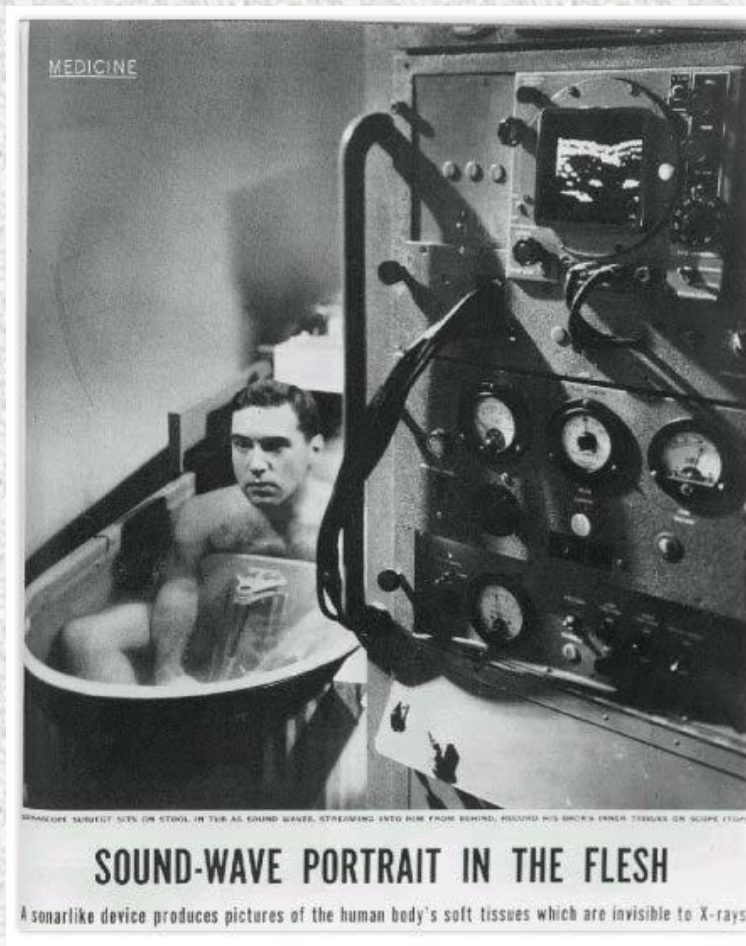
1937 K.T. Dussik próba wizualizacji komór sercowych

1949 D. Howry & W.R. Bliss pierwszy skaner

1954 Howry & Holmes sonoskop

lata 60-te pierwszy skaner komercyjny

## Początki USG







Pierwsze komercyjne skanery medyczne  
pracujące w czasie rzeczywistym  
Japonia 1976

Pierwszy polski skaner USG 10 powstał w 1977 r.  
Pierwszy skaner czasu rzeczywistego (USG 50) powstał w 1986 r.





Obecnie produkowane urządzenia są małe i mają bardzo rozbudowane funkcje



ZS3



Resona 7



DC-90



~ 12 000 zł

**Czy badanie USG jest bezpieczne dla zdrowia?**

**Badanie jest niemal bezinwazyjne z uwagi na niewielką energię impulsów sondujących**

**Czas emisji wiązki stanowi około 1/100 czasu jej odbierania i analizy**

**Wiązka jest skierowana tylko na obszar badany**

**Większość analiz wykonuje się na zatrzymanym obrazie tj. bez emisji dźwięku**

**Badania USG wykonywane są od 30 lat i jak dotąd nie znaleziono dowodu na ich szkodliwość nawet przy badaniach prenatalnych w pierwszych tygodniach ciąży**

Założenia:

fale krótsze od 1 mm

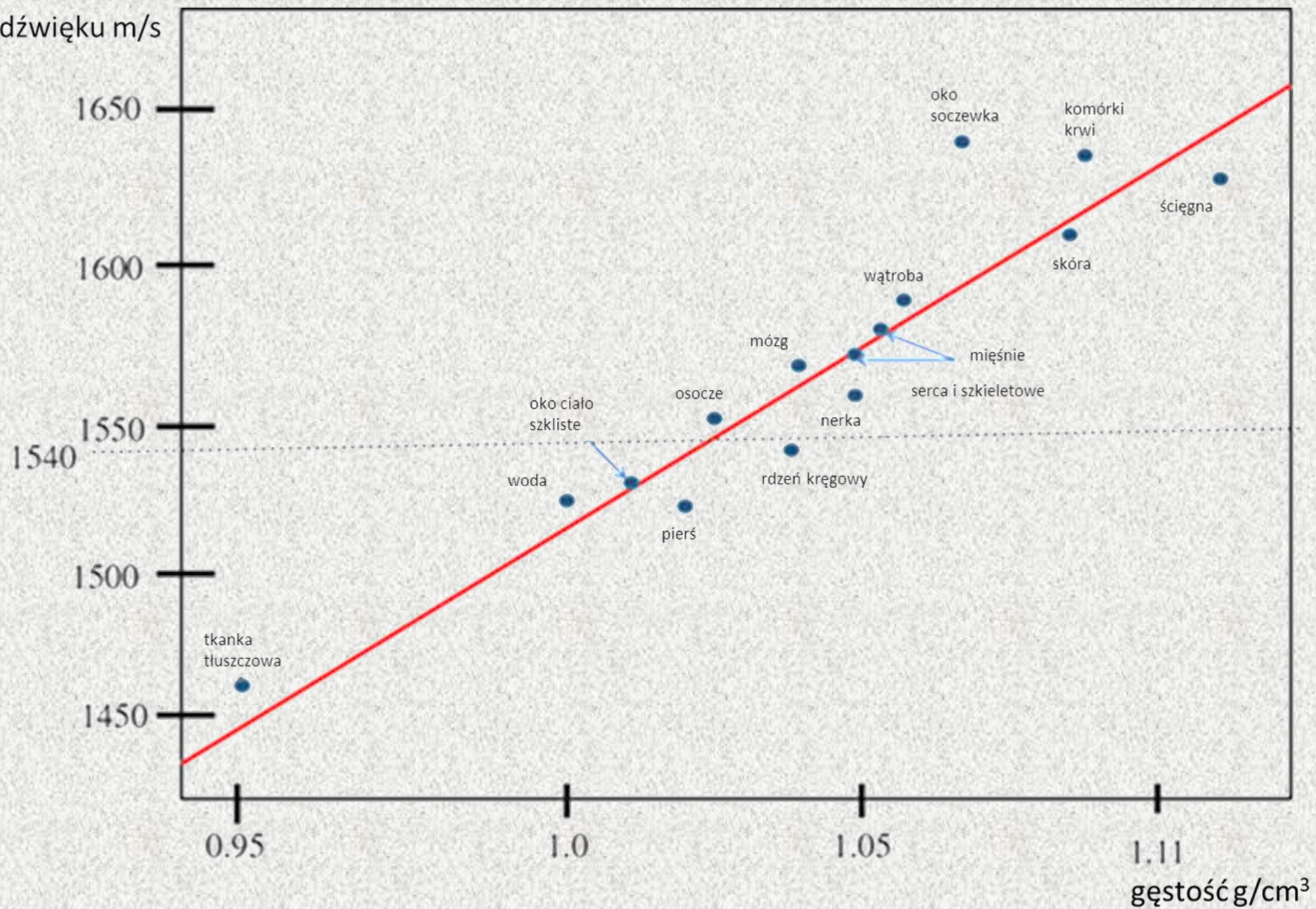
częstotliwość 1 –15 MHz

rozróżnialności nawet  
rzędu 0.1 mm

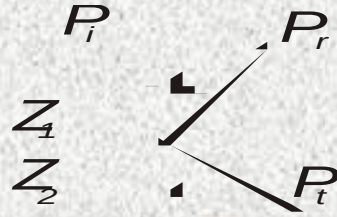
|                |      |
|----------------|------|
| powietrze      | 331  |
| tłuszcz        | 1450 |
| rtęć           | 1450 |
| olej           | 1500 |
| woda (50°C)    | 1540 |
| tkanki miękkie | 1540 |
| mózg           | 1541 |
| wątroba        | 1549 |
| nerka          | 1561 |
| krew           | 1570 |
| mięśnie        | 1585 |
| soczewka oka   | 1620 |
| PZT -5A        | 3780 |
| PZT -4         | 4000 |
| kość           | 4080 |
| kwarc          | 5740 |
| aluminium      | 6400 |



prędkość dźwięku m/s







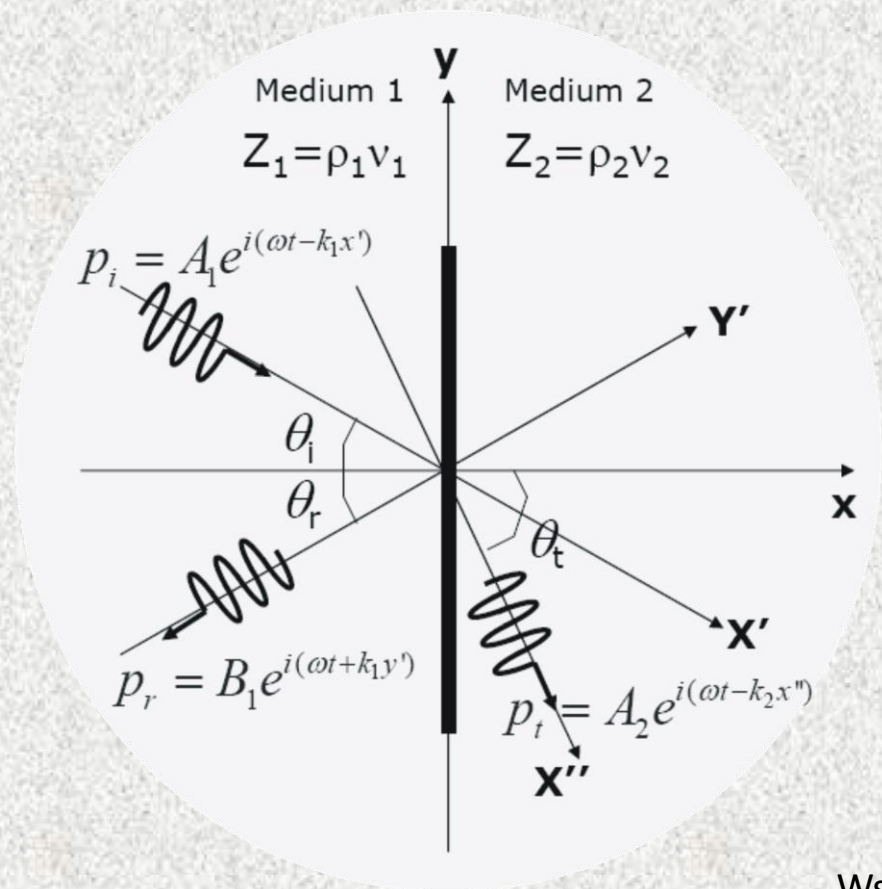
$$Z = \frac{P}{U} = \frac{\text{cisnienie fali padającej}}{\text{prędkość cząstki materialnej}} = \rho v = \sqrt{\frac{\rho}{G}} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right] = [\text{Rayl}]$$

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{v_1}{v_2}$$

natężenie promieniowania akustycznego (moc przechodząca przez powierzchnię jednostkową):

$$I = \frac{1}{2} P U = \frac{1}{2} \frac{P^2}{Z} \quad \left[ \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right]$$

moc powyżej 10 W/m<sup>2</sup> dla fali ciągłej jest niebezpieczna dla zdrowia  
w diagnostyce medycznej poziom maksymalny wynosi 6,62·10<sup>-2</sup> W/m<sup>2</sup>



Współczynnik odbicia

$$r = \left. \frac{p_r}{p_i} \right|_{x=y=0} = \frac{B_1}{A_1}$$

Współczynnik transmisji

$$\tau = \left. \frac{p_t}{p_i} \right|_{x=y=0} = \frac{A_2}{A_1}$$

Ciśnienia i prędkości

$$-\nabla p = \rho \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$p_{i\perp} = A_1 \cos \theta_i e^{i(\omega t - k_1 x)} \quad p_{r\perp} = B_1 \cos \theta_i e^{i(\omega t - k_1 x)} \quad p_{t\perp} = A_2 \cos \theta_t e^{i(\omega t - k_2 x)}$$

$$v_{i\perp} = \frac{1}{\rho_1} \int \frac{\partial p_{i\perp}}{\partial x} dt = \frac{A_1 \cos \theta_i k_1}{\omega \rho_1} e^{i(\omega t - k_1 x)} = \frac{A_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} e^{i(\omega t - k_1 x)}$$

$$v_{r\perp} = \frac{1}{\rho_1} \int \frac{\partial p_{r\perp}}{\partial x} dt = \frac{B_1 \cos \theta_i k_1}{\omega \rho_1} e^{i(\omega t - k_1 x)} = \frac{B_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} e^{i(\omega t - k_1 x)}$$

$$v_{t\perp} = \frac{1}{\rho_2} \int \frac{\partial p_{t\perp}}{\partial x} dt = \frac{A_2 \cos \theta_t k_2}{\omega \rho_2} e^{i(\omega t - k_2 x)} = \frac{A_2 \cos \theta_t}{\rho_2 v_2} e^{i(\omega t - k_2 x)}$$



Na brzegu

$$p_i \Big|_{x=y=0} + p_r \Big|_{x=y=0} = p_t \Big|_{x=y=0} \quad A_1 + B_1 = A_2 \quad v_{i\perp} \Big|_{x=0} + v_{r\perp} \Big|_{x=0} = v_{t\perp} \Big|_{x=0}$$

Zatem na podstawie w.b.

$$\frac{A_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} - \frac{B_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} = \frac{A_2 \cos \theta_t}{\rho_2 v_2}$$

$$\frac{A_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} - \frac{B_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} = \frac{A_1 \cos \theta_t}{\rho_2 v_2} + \frac{B_1 \cos \theta_t}{\rho_2 v_2}$$

$$\frac{A_1 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} - \frac{(A_2 - A_1) \cos \theta_i}{\rho_1 v_1} = \frac{A_2 \cos \theta_t}{\rho_2 v_2}$$

więc

współczynnik odbicia

$$r = \frac{B_1}{A_1} = \frac{\frac{\cos \theta_i}{\rho_1 v_1} - \frac{\cos \theta_t}{\rho_2 v_2}}{\frac{\cos \theta_i}{\rho_1 v_1} + \frac{\cos \theta_t}{\rho_2 v_2}} = \frac{\frac{Z_1}{\cos \theta_i} - \frac{Z_2}{\cos \theta_t}}{\frac{Z_1}{\cos \theta_i} + \frac{Z_2}{\cos \theta_t}} = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t}$$

współczynnik transmisji

$$\tau = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\frac{2 \cos \theta_i}{\rho_1 v_1}}{\frac{\cos \theta_i}{\rho_1 v_1} + \frac{\cos \theta_t}{\rho_2 v_2}} = \frac{\frac{2 \cos \theta_i}{Z_1}}{\frac{\cos \theta_i}{Z_1} + \frac{\cos \theta_t}{Z_2}} = \frac{2 Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t}$$

Definiuje się też współczynniki natężeniowe

natężeniowy współczynnik odbicia

$$R = r^2 = \left( \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_t}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} \right)^2$$

natężeniowy współczynnik transmisji

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \tau^2 = \left( \frac{2Z_2 \cos \theta_i}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t} \right)^2 = \frac{4Z_1 Z_2 \cos^2 \theta_i}{(Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_t)^2}$$

$$p = p_0 e^{i\omega t} \quad v = v_0 e^{i\omega t}$$

$$I = p_0 v_0 \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \, dt = \frac{1}{2} p_0 v_0 = \frac{p_0^2}{2Z}$$

### Przykład

| tkanka  | $v_0$ [m/s] | $Z$ [kg/m <sup>2</sup> s] |
|---------|-------------|---------------------------|
| nerka   | 1560        | 1,62                      |
| mięsień | 1570        | 1,70                      |
| kość    | 3360        | 6,10                      |

wsp. odbicia na granicy nerka – mięsień = 0,00058,  
co oznacza 0,058 % mocy odbitej, 99,942% mocy przechodzącej

mięsień kość: odpowiednio 0,318, 31,8% 68,2%

**Dla  $Z_2 \gg Z_1$  odbiciu ulega niemal 100% energii**



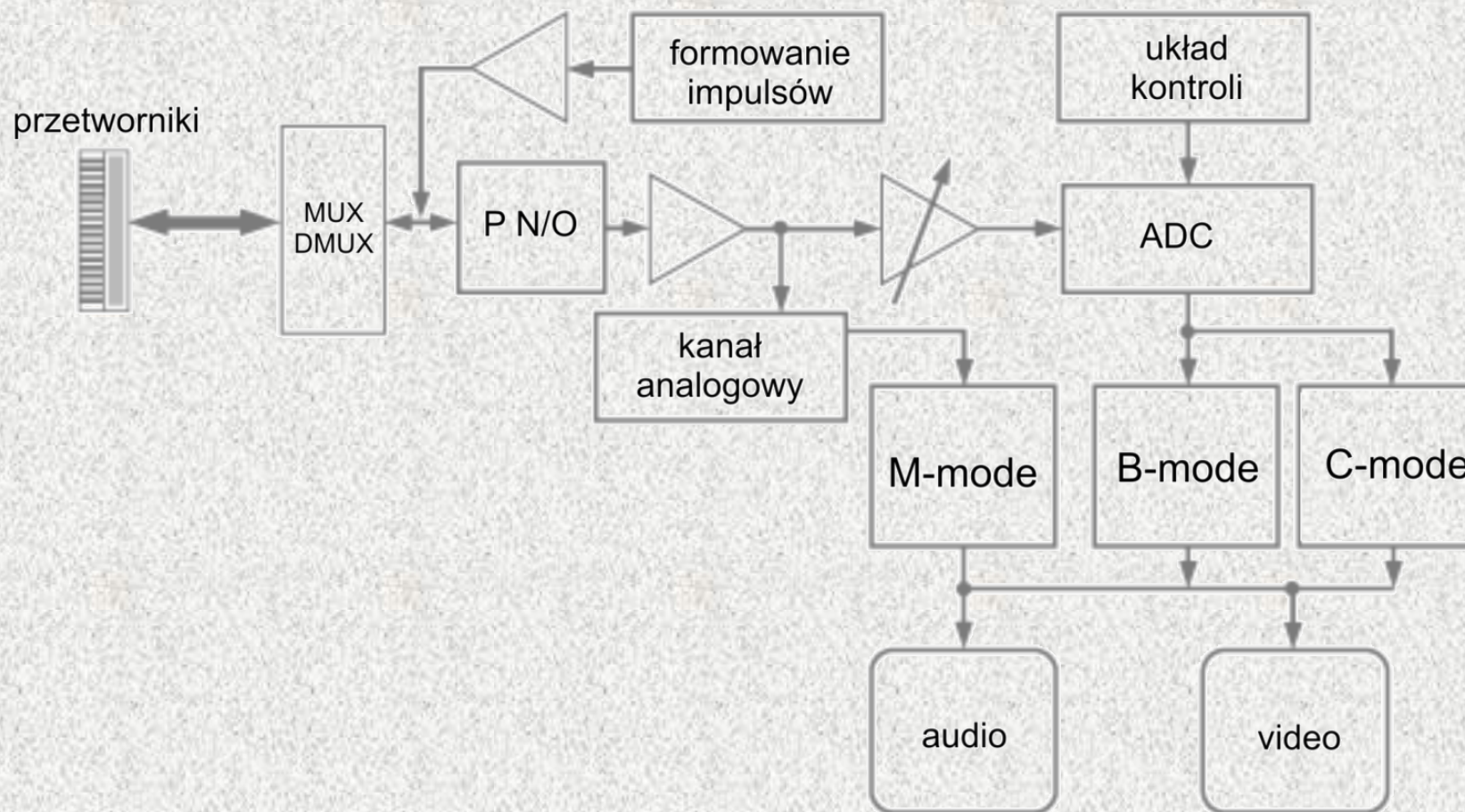
## Tłumienie

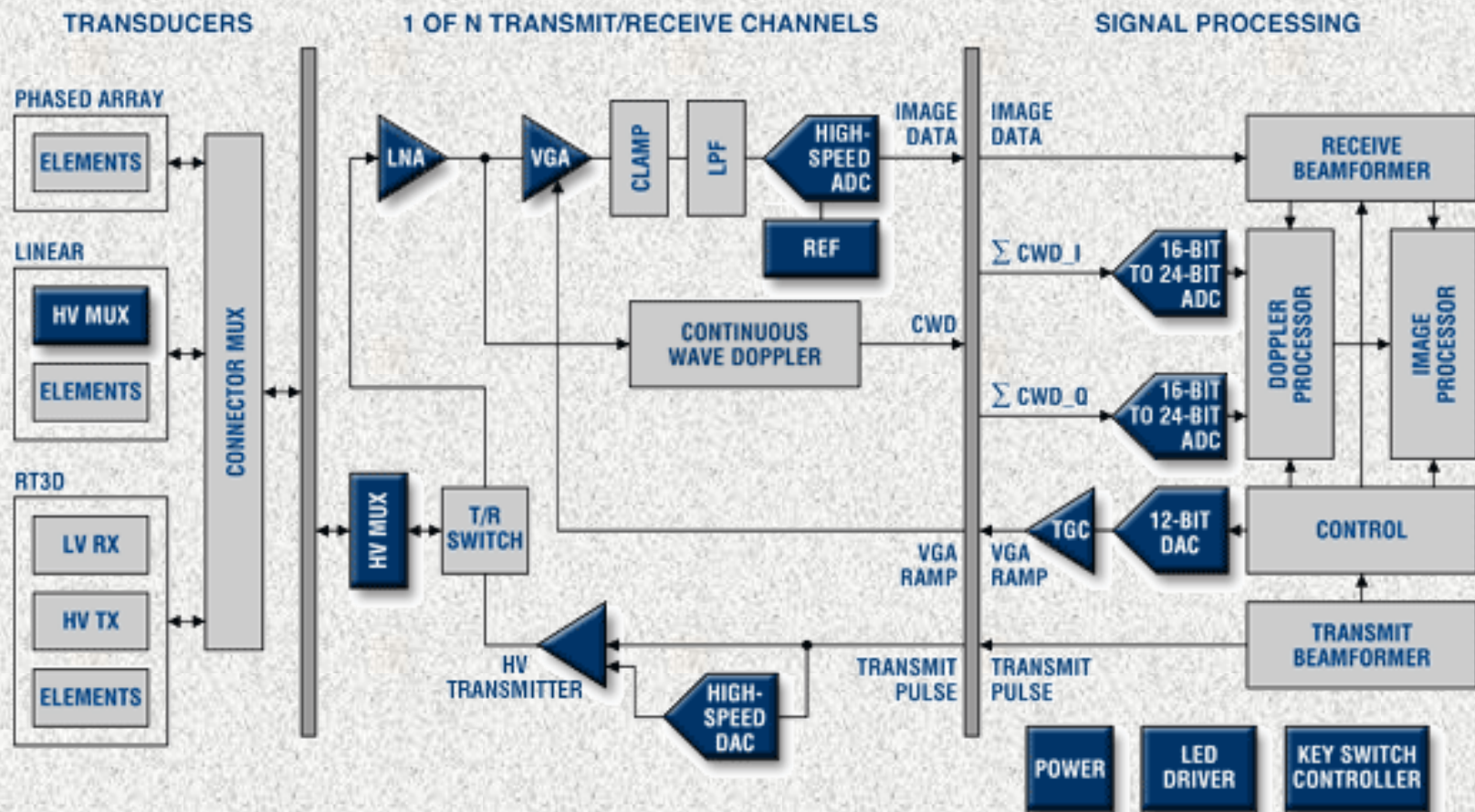
= względny spadek natężenia na drodze propagacji

$$\alpha = \frac{\Delta I}{I \Delta x} [\text{m}^{-1}] \quad I = I_0 e^{-\alpha x}$$

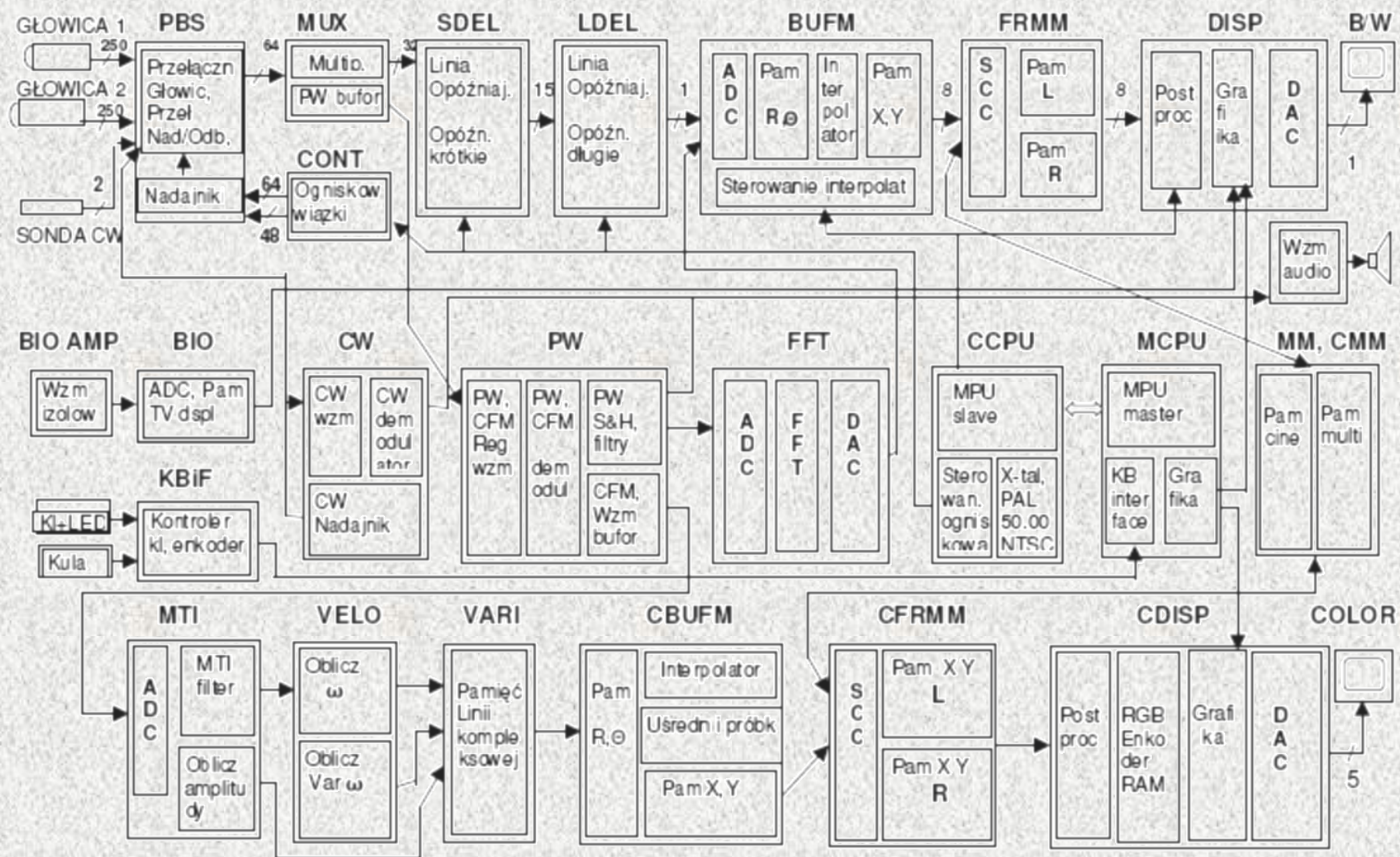
| tkanka                   | tłumienie [dB/m] przy 1 MHz |
|--------------------------|-----------------------------|
| rew                      | 20                          |
| tłuszcz                  | 60                          |
| mięśnie                  | 180                         |
| wątroba                  | 90                          |
| tkanki miękkie (średnia) | 70                          |

## Uproszczony schemat blokowy USG











- dwie głowice po 250 linii sygnałowych, wchodzących do modułu **PBS**.
- 64 linie nadawcze, 48 linii sterujących i 64 linie odbiorcze
- głowice piezoelektryczne pobudzane są impulsami o wartości szczytowej przekraczającej 100V i są źródłem sygnałów o wartości szczytowej  $2\mu V$
- moduł **PBS** jest sterowany 64 sygnałami nadawczymi w standardzie CMOS 12V sygnały te są odpowiednio poprzysuwane w czasie, zapewniając ogniskowanie wiązki w zadeklarowanych odległościach od czoła głowicy
- moduł **CONT** wypracowuje przesunięcia czasowe na podstawie kodów programujących ogniskowanie, przysyłanych z modułu **CCPU**
- sygnały ech, po wstępnym wzmacnieniu w 64 identycznych wzmacniaczach, wysyłane są do modułu multipleksera **MUX**
- w typowych badaniach, w których wiązka dźwięku nie jest pochylana względem głowicy, moduł **MUX** sumuje sygnały symetryczne względem osi wiązki
- sygnały z MUX podawane są na wejścia linii opóźniających **SDEL** gdzie sumowane są grupami i w formie do 15 niezależnych sygnałów przesyłane są na wejścia linii opóźniających **LDEL**
- po zsumowaniu z przesunięciami czasowymi grup, wynikającymi z ogniskowania przy odbiorze, tworzą jeden sygnał, wysyłany do procesora cyfrowego **DSP**, na wejście modułu pamięci buforowej **BUFM**. Moduł ten zawiera ponadto uproszczony interpolator, dokonujący konwersji obrazu ze współrzędnych biegunowych na współrzędne prostokątne (X,Y) oraz pamięć obrazu.
- z modułu pamięci buforowej obraz jest przesyłany do modułu pamięci obrazów **FRMM**, który dokonuje operacji ważonego uśredniania ciągu obrazów (scan corelation) oraz zapewnia zapamiętanie dwóch obrazów
- w nowoczesnych aparatach przesunięcia czasowe modyfikowane są w trakcie odbioru echa z coraz większych głębokości, przesunięcia te dla głowic liniowych mieszczą się w granicach od 0,1 ns dla sąsiednich kanałów i głębokości 20 cm do 2011 ns dla skrajnych kanałów i głębokości 1 cm
- sygnał analogowy jest przetwarzany na cyfrowy przy pomocy przetwornika o bezpośrednim przetwarzaniu, próbującego sygnał co 80ns. Długość słowa reprezentacji cyfrowej sygnału wynosi od 6 do 8 bitów
-

z modułu **FRMM** obraz transmitowany jest do modułu **DISP**, gdzie następuje jego ostateczne przygotowanie do wyświetlenia:

- operacje postprocessingu, np. dobór krzywej kontrastu,
- dodanie grafiki do obrazu (standardowa ramka z parametrami zobrazowania i piktogramami)
- dodanie w formie graficznej sygnałów bioelektrycznych z przystawki BIOAMP
- konwersja sygnału cyfrowego na sygnał analogowy
- dodanie impulsów synchronizacji by utworzyć zespolony sygnał wizyjny w

standardzie PAL lub NTSC.

- moduł **MCPU** dekoduje i interpretuje polecenia operatora z klawiatury wysyła do modułów **DISP** i **CDISP** grafikę stanowiącą uzupełnienie obrazu USG a przede wszystkim za pośrednictwem wspólnego obszaru adresowego przekazuje modułowi **CCPU** zadania operatora dotyczące technicznych parametrów zobrazowania
- moduł **CCPU** organizuje prace sprzętu. Na podstawie informacji odebranych z **MCPU** procesor **CCPU** przygotowuje kody sterujące ogniskowaniem przy nadawaniu i odbiorze, sterujące pracą interpolatora, sterujące postprocessingiem obrazu USG czy też sterujące pracą toru zobrazowania barwnego
- moduł **BIO AMP** stanowi klasyczny wzmacniacz sygnału bioelektrycznego, wspomagający najczęściej badania USG w kardiologii poprzez dostarczenie sygnału EKG. Oprócz dodatkowej informacji diagnostycznej sygnał ten bardzo często służy do synchronizacji obrazu USG przy prezentacji **M** lub **DOPPLER**
- moduł **BIO** dokonuje konwersji sygnału bioelektrycznego na postać cyfrową, pamięta wartości próbek a następnie, po kompresji dynamiki, wybiera kolejne wartości próbek i wyświetla je w postaci graficznej synchronicznie z kolejnymi liniami TV, formowanymi w module **DISP**.



- moduł **KBiF** jest interfejsem klawiatury i trackball'a
- moduł **CW** zdudnia sygnały nadawane i odbierane uzyskując sygnał dopplerowski. Może być on odsłuchany przy pomocy wzmacniacza audio i głośnika lub za pośrednictwem modułów PW, FFT, BUFM, FRMM i DISP wyświetlony na monitorze
- moduł **PW** wzmacnia odebrane impulsy PW, demoduluje je i w układzie próbkująco – pamiętającym, uciąga próbki sygnału dopplerowskiego oraz wzmacnia sygnały przeznaczone do wizualizacji w torze zobrazowania barwnego
- moduł **FFT** wraz z wejściowym i wyjściowym przetwornikami analogowo – cyfrowymi umożliwia wizualizację widma sygnału dopplerowskiego na ekranie monitora
- moduł **MTI** jest pierwszym modułem zobrazowania barwnego CFM. Wyposażony w przetwornik ADC na wejściu, łądujący pamięć jednej linii, stanowi filtr korelacyjny umożliwiający identyfikację ech od obiektów stałych i od obiektów ruchomych. Sygnał dopplerowski od obiektów ruchomych analizowany jest jako wirujący wektor reprezentatywny dla danego punktu obrazu. W module **MTI** obliczana jest długość tego wektora
- moduł **VELO** oblicza pozostałe parametry wirowania wektora, prędkość kołową wirowania i wariancję, która przyjmuje wartości niezerowe dla przepływów turbulentnych
- moduł **VARI** zestawia kompleksową informację dla całej bieżącej linii obrazu
- dodatkowe moduły **CBUFM**, **CFRMM** i **CDISP** pełnią te same funkcje w torze zobrazowania barwnego, co analogiczne moduły w torze zobrazowania czarno-białego

## Przykłady zobrazowań



## Kamica pęcherzyka żółciowego



## Rozwój zarodka



6 tydzień



12 tydzień



18 tydzień



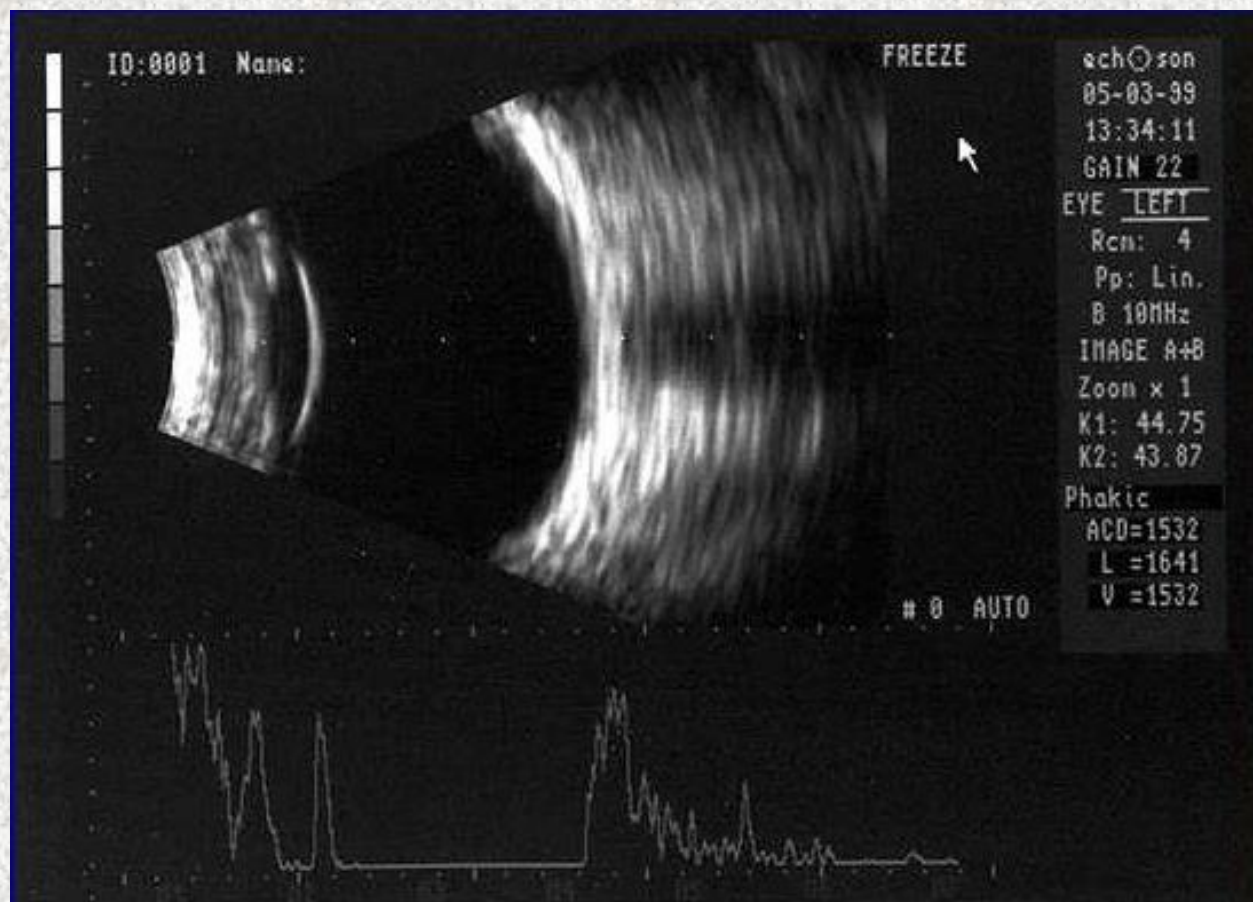
21 tydzień

## cięża bliźniacza





Zdrowe oko

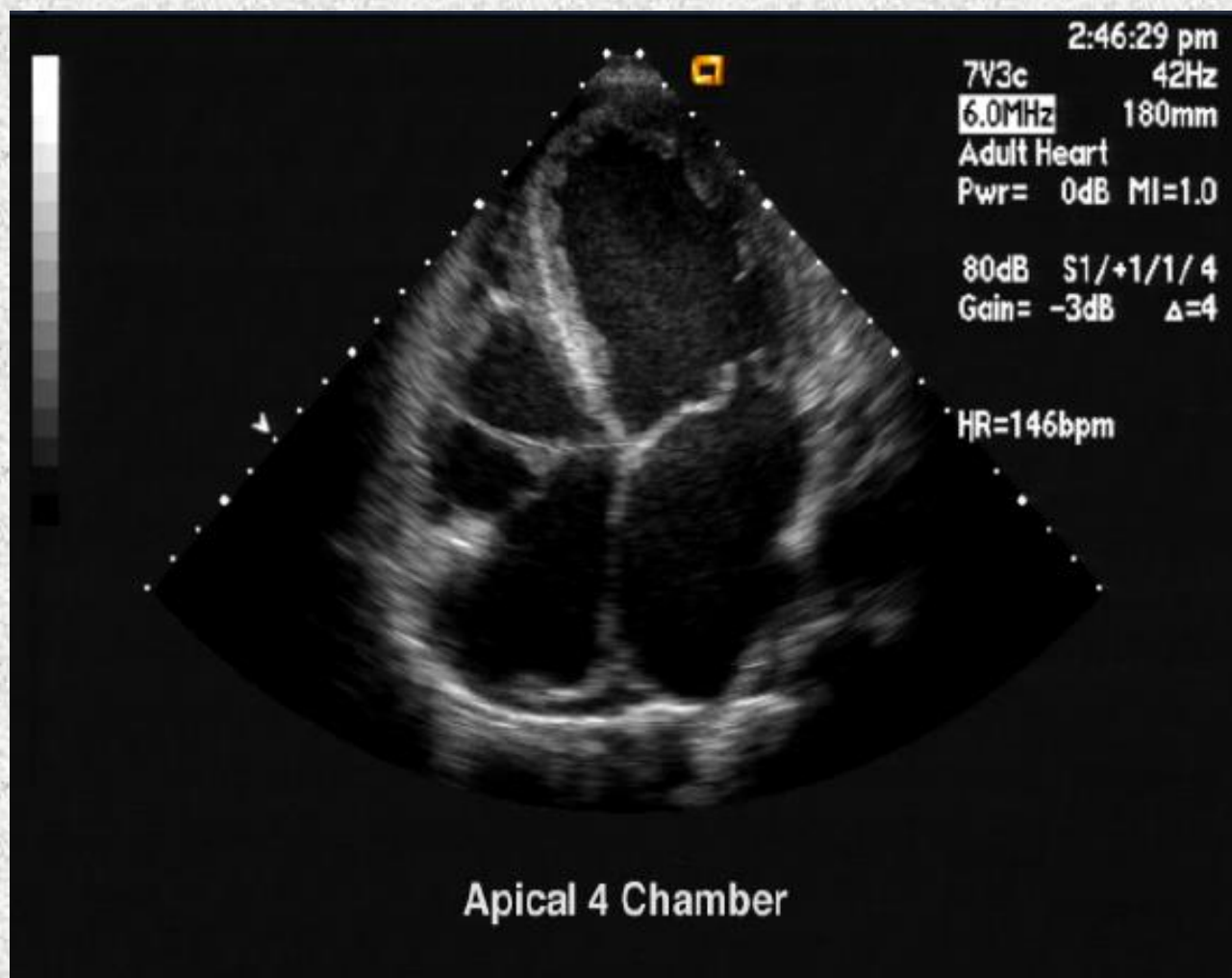


Zakrzep żyły udowej na obrazowaniu dopplerowskim



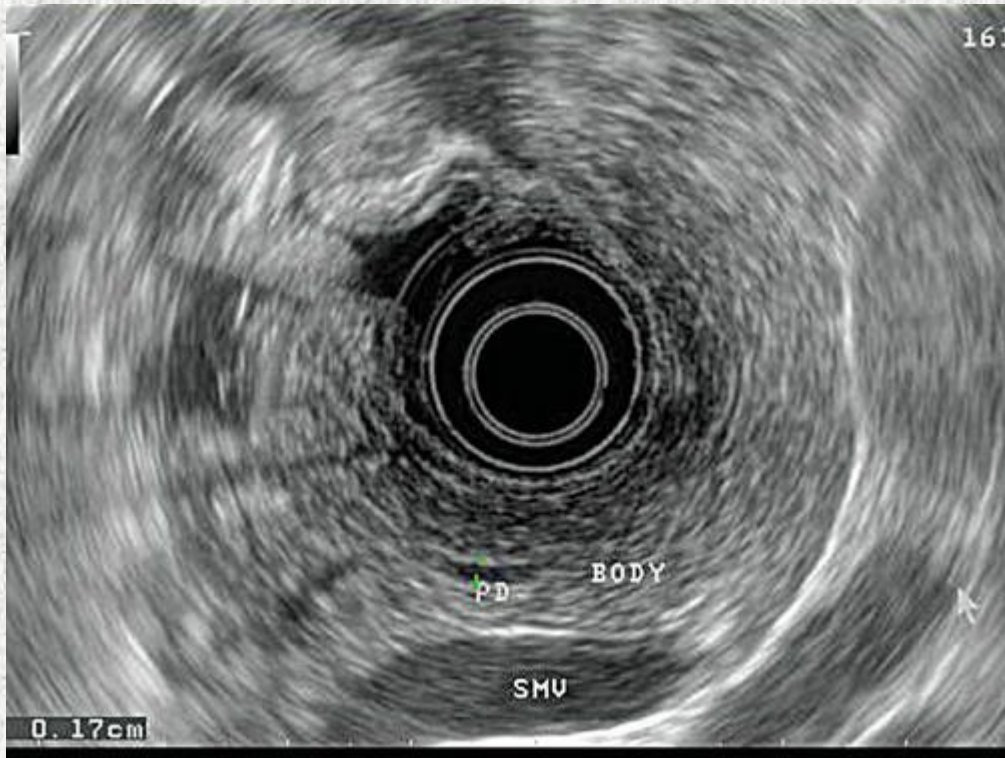


Echo serca

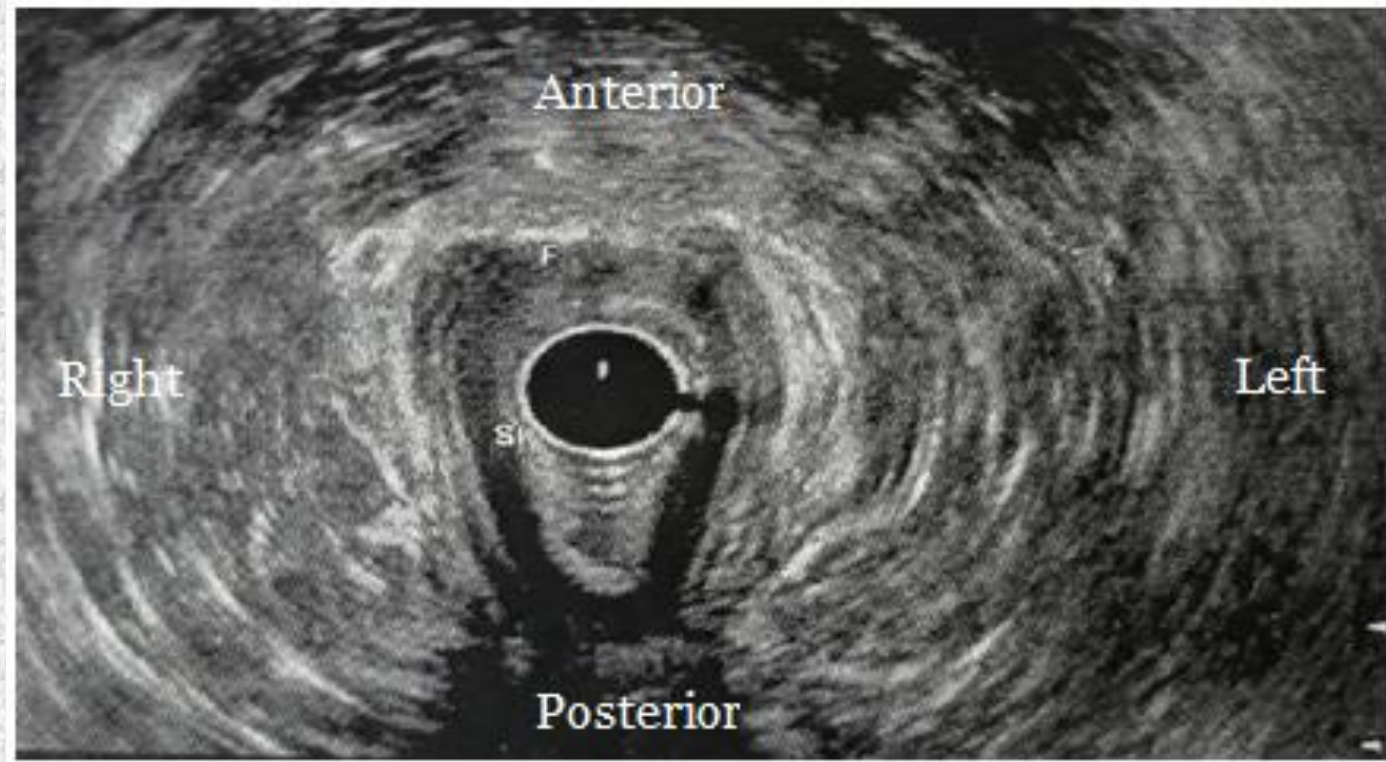


## Obrazy endoskopowe

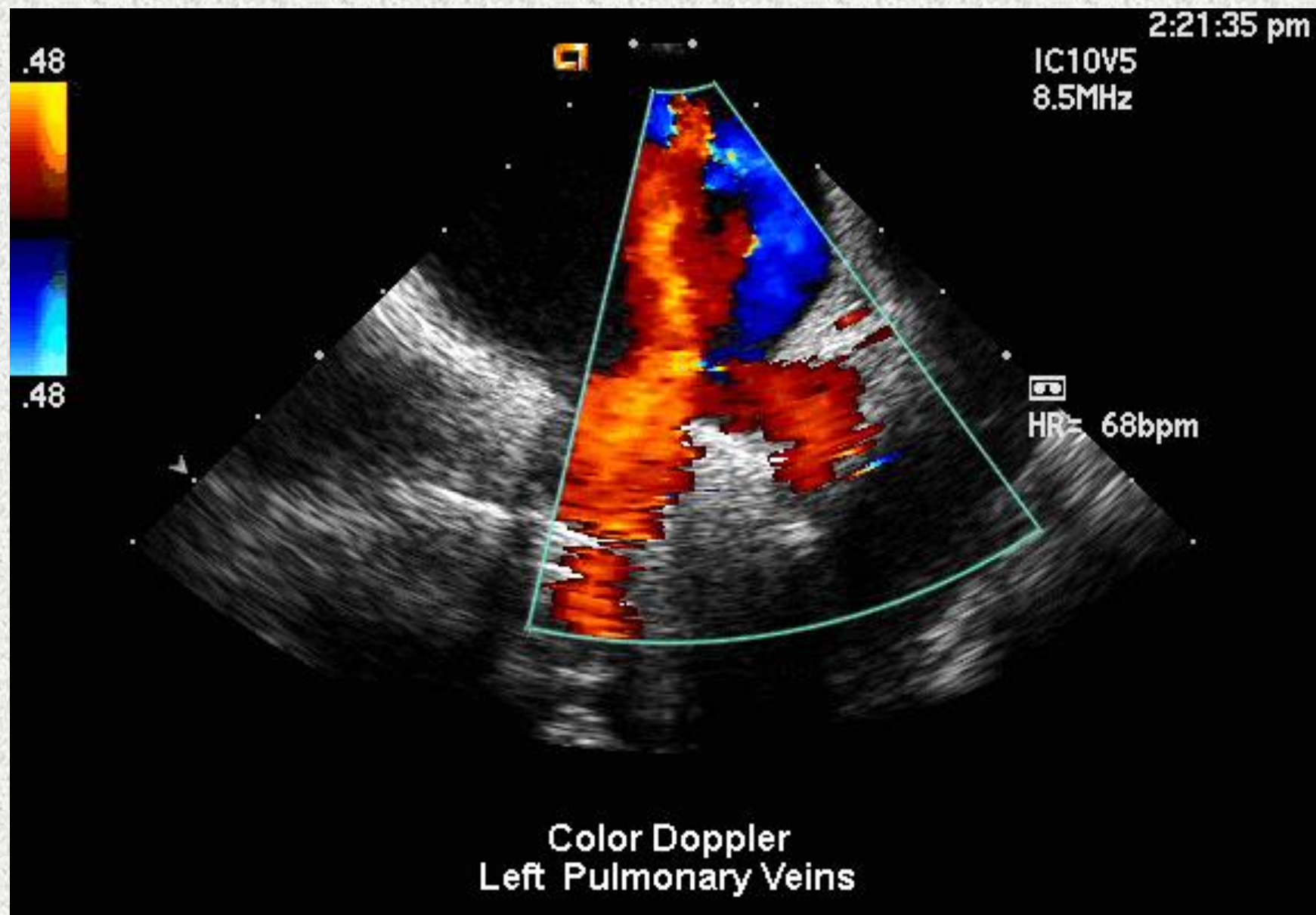
### Ściany przełyku



### Ściany jelita



Lewy płat płucny – zobrazowanie w trybie M





## Przepływ w nerce

