

Liczby koliste (cyclic numbers) są liczbami $n-1$ cyfrowymi, które mają taką własność, że pomnożone przez 1, 2, 3 ... $n-1$ dają swoje cyfry w zmienionej kolejności.

Liczby te są skończonymi okresami odwrotności liczb pierwszych n spełniających tożsamość:

$$10^{n-1} \equiv 1 \pmod{n},$$

która oznacza, że wyrażenie $10^{n-1} - 1$ dzieli się bez reszty przez n .

Kryterium takie spełniają:

7, 17, 19, 23, 29, 47, 59, 61, 97, 109, 113, 131, 149, 167, 179, 181, 193, 223, 229, 233, 257, 263, 269, 313, 337, 367 ...

Najmniejsze liczby koliste wynoszą zatem:

$$\frac{1}{7} = 0,142857 \quad \Rightarrow \quad 142857$$

$$\frac{1}{17} = 0,05882352941176470 \quad \Rightarrow \quad 5882352941176470$$

$$\frac{1}{19} = 0,0526315789473684210 \quad \Rightarrow \quad 526315789473684210$$

$$\frac{1}{23} = 0,04347826086956521739130 \quad \Rightarrow \quad 4347826086956521739130 \text{ itd.}$$

Specyfikę liczb kolistych najprościej zaprezentować jest na przykładzie najmniejszej z nich, będącej okresem $\frac{1}{7}$ równym 142857.

Z definicji liczby kolistej mamy: $142857 \cdot 1 = 142857$

$$142857 \cdot 2 = 285714$$

$$142857 \cdot 3 = 428571$$

$$142857 \cdot 4 = 571428$$

$$142857 \cdot 5 = 714285$$

$$142857 \cdot 6 = 857142$$

Można też zauważyć, że:

$$142 + 857 = 999$$

$$285 + 714 = 999$$

$$428 + 571 = 999$$

$$571 + 428 = 999$$

$$714 + 285 = 999$$

$$857 + 142 = 999$$

$$14 + 28 + 57 = 99$$

$$28 + 57 + 14 = 99$$

$$42 + 85 + 71 = 99 + 99$$

$$57 + 14 + 28 = 99$$

$$71 + 42 + 85 = 99 + 99$$

$$85 + 71 + 42 = 99 + 99$$

oraz:

$$\begin{array}{ll} 1\ 4\ 2\ 8\ 5\ 7 & 124 + 875 = 999 \\ 2\ 8\ 5\ 7\ 1\ 4 & 258 + 741 = 999 \\ 4\ 2\ 8\ 5\ 7\ 1 & 482 + 517 = 999 \\ 5\ 7\ 1\ 4\ 2\ 8 & 517 + 482 = 999 \\ 7\ 1\ 4\ 2\ 8\ 5 & 741 + 258 = 999 \\ 8\ 5\ 7\ 1\ 4\ 2 & 875 + 124 = 999. \end{array}$$

Sumowanie:

$$\begin{array}{r} 3\ 2\ 6 + 4\ 5\ 1 = 7\ 7\ 7 \\ 2\ 6\ 4 + 5\ 1\ 3 = 7\ 7\ 7 \\ 6\ 4\ 5 + 1\ 3\ 2 = 7\ 7\ 7 \\ 4\ 5\ 1 + 3\ 2\ 6 = 7\ 7\ 7 \\ 5\ 1\ 3 + 2\ 6\ 4 = 7\ 7\ 7 \\ + 1\ 3\ 2 + 6\ 4\ 5 = 7\ 7\ 7 \\ \hline 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 \\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 \\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7\ 7 \end{array}$$

daje jak widać słupek siódemek, zaś mnożenie:

$$\begin{array}{l} 142857 \cdot (7 \cdot 1) / 9 = 111111 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 2) / 9 = 222222 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 3) / 9 = 333333 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 4) / 9 = 444444 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 5) / 9 = 555555 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 6) / 9 = 666666 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 7) / 9 = 777777 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 8) / 9 = 888888 \\ 142857 \cdot (7 \cdot 9) / 9 = 999999. \end{array}$$

liczby złożone z tych samych cyfr.

Iloczyny kolejnych cyfr liczby i siódemki dopełniane w odpowiedniej kolejności liczbami z zakresu 1...n-1 tj. 3, 2, 6, 4, 5, 1 dają okrągłe rezultaty:

$$\begin{array}{l} 1 \cdot 7 + 3 = 10 \\ 14 \cdot 7 + 2 = 100 \\ 142 \cdot 7 + 6 = 1000 \\ 1428 \cdot 7 + 4 = 10000 \\ 14285 \cdot 7 + 5 = 100000 \\ 142857 \cdot 7 + 1 = 1000000 \\ 1428571 \cdot 7 + 3 = 10000000 \\ 14285714 \cdot 7 + 2 = 100000000 \\ 142857142 \cdot 7 + 6 = 1000000000 \\ 1428571428 \cdot 7 + 4 = 10000000000 \\ 14285714285 \cdot 7 + 5 = 100000000000 \\ 142857142857 \cdot 7 + 1 = 1000000000000 \\ 1428571428571 \cdot 7 + 3 = 10000000000000 \\ 14285714285714 \cdot 7 + 2 = 100000000000000 \\ 142857142857142 \cdot 7 + 6 = 1000000000000000 \\ 1428571428571428 \cdot 7 + 4 = 10000000000000000 \\ 14285714285714285 \cdot 7 + 5 = 100000000000000000 \\ 142857142857142857 \cdot 7 + 1 = 1000000000000000000 \end{array}$$

Przypuszcza się (wciąż nie ma na to ścisłego dowodu), że liczb kolistych jest nieskończenie wiele bowiem ułamek liczb kolistych przypadający na wszystkie liczby pierwsze zawarte w określonym przedziale zbiega się do stałej Artina:

$$C_A = \prod_{k=1}^{\infty} \left[1 - \frac{1}{p_k(p_k-1)} \right] = 0,3739558136\dots,$$

gdzie p_k są kolejnymi liczbami pierwszymi.